

# Stima di parametri elettromeccanici con l'uso della trasformata wavelet

Michele Pagnucci

a.a. 2002/2003

*Desidero ringraziare  
il Dott. Ing. Luca Sani  
e il Dott. Ing. Sami Barmada  
per l'aiuto ed il tempo dedicato*

# Indice

<b>1</b>	<b>Analisi di segnali con le wavelet</b>	<b>5</b>
1.1	Le serie ortogonali come strumento di analisi . . . . .	5
1.2	Introduzione all'analisi dei segnali con le wavelet . . . . .	7
1.2.1	Trasformata di Fourier . . . . .	7
1.2.2	Trasformata di Fourier a finestra . . . . .	8
1.2.3	Trasformata wavelet . . . . .	9
1.2.4	Wavelet sull'intervallo . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Stima dei parametri di un motore DC</b>	<b>14</b>
2.1	Il motore DC . . . . .	14
2.2	Modello Simulink del motore DC . . . . .	18
2.2.1	Esempio di applicazione del modello del motore DC . .	20
2.2.2	Analisi del sistema con le equazioni integrate . . . . .	22
2.3	Condizioni di analisi . . . . .	23
2.4	Esempi di ricostruzione . . . . .	26
2.4.1	Analisi su un transitorio di 10 secondi . . . . .	27
2.4.2	Analisi su un transitorio di 10 secondi in presenza di rumore bianco . . . . .	33
2.4.3	Analisi su un transitorio di 1 secondo tratto continuo . .	39
2.4.4	Analisi su un transitorio di 1 secondo tratto continuo in presenza di rumore bianco . . . . .	45
2.4.5	Analisi su un transitorio di 1 secondo tratto discontinuo .	51
2.4.6	Analisi su un transitorio di 1 secondo tratto discontinuo in presenza di rumore bianco . . . . .	57
2.5	Parametri stimati . . . . .	63
2.5.1	Equazioni con operatore differenziale con coppia mec- canica resistiva . . . . .	63

2.5.2	Equazioni con operatore integrale con coppia meccanica resistiva . . . . .	66
2.5.3	Equazioni con operatore differenziale senza coppia meccanica resistiva . . . . .	69
2.5.4	Equazioni con operatore integrale senza coppia meccanica resistiva . . . . .	72
2.6	Stima dell'errore . . . . .	75
2.6.1	Analisi su transitorio di 10 secondi con rumore bianco . . . . .	75
2.6.2	Analisi su intervallo di 1 secondo, tratto continuo con rumore bianco . . . . .	78
2.6.3	Analisi su intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo con rumore bianco . . . . .	80
<b>3</b>	<b>Stima dei parametri di un motore brushless</b>	<b>82</b>
3.1	Il motore brushless . . . . .	82
3.2	Modello Simulink del motore brushless in assi q, d . . . . .	84
3.3	Variazioni al modello del motore brushless . . . . .	89
3.3.1	Modello in per unit . . . . .	89
3.3.2	Analisi del sistema con le equazioni integrate . . . . .	91
3.4	Condizioni di analisi . . . . .	92
3.5	Esempi di stima dei parametri . . . . .	95
3.5.1	Analisi su un transitorio di 0.06 secondi . . . . .	96
3.5.2	Analisi su un transitorio di 0.06 secondi in presenza di rumore bianco . . . . .	104
3.5.3	Parametri stimati . . . . .	112
3.6	Stima dell'errore . . . . .	120
3.6.1	Analisi su transitorio di 0.06 secondi con rumore bianco . . . . .	120
3.6.2	Analisi su transitorio di 0.06 secondi con rumore bianco con equazioni integrate . . . . .	124
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>129</b>

# Introduzione

Questa tesi ha come argomento l'identificazione dei parametri elettrici e meccanici dei sistemi dinamici (in particolare di un modello di motore a corrente continua e di un motore brushless) con l'uso della trasformata wavelet.

Inizialmente viene trattato l'uso delle serie ortogonali come strumento di analisi, e in particolare la trasformata wavelet che viene confrontata con la trasformata di Fourier. Dopo aver introdotto gli strumenti necessari all'analisi, l'attenzione si focalizza sul motore DC, che costituisce un modello ben noto e quindi si presta ad operare da banco di prova; le stime vengono eseguite in varie condizioni, in modo da calibrare gli algoritmi in modo corretto.

Successivamente le tecniche vengono applicate al modello del motore brushless, che presenta delle difficoltà identificative superiori; di tale blocco saranno stimati sia i parametri elettrici che meccanici, in presenza ed in assenza di rumore bianco e sfruttando variazioni alle equazioni tipiche in modo da valutare eventuali instabilità numeriche e cattivi condizionamenti.

# Capitolo 1

## Analisi di segnali con le wavelet

### 1.1 Le serie ortogonali come strumento di analisi

Le serie ortogonali sono comunemente usate come strumento di analisi dei segnali per la notevole capacità di permettere la soluzione di equazioni differenziali con metodi algebrici. Ogni serie introduce un proprio dominio e propri coefficienti, ma molte caratteristiche restano comuni a tutti i metodi. Inoltre, sebbene le soluzioni a cui si possa giungere sfruttando serie diverse siano sostanzialmente uguali, ci sono profonde differenze nelle caratteristiche numeriche delle matrici: alcuni sistemi di equazioni, infatti possono risultare più sparsi in alcuni domini piuttosto che in altri, così come sono diversi gli errori introdotti; il sistema algebrico che si ottiene dalla trasformazione del modello integro-differenziale spesso è facilmente risolubile con i metodi della pseudoinversa o dei minimi quadrati.

Tipici esempi di applicazioni delle serie ortogonali sono i polinomi di Laguerre e Chebyshev e le serie di Fourier, Walsh ed Hartley.

Se si escludono alcune funzioni che spesso rappresentano casi di scarso interesse ingegneristico, con le serie ortogonali si possono ottenere approssimazioni di accuratezza arbitraria; la caratteristica peculiare delle funzioni che costituiscono la base di una serie ortogonale è che quando il prodotto di una coppia di esse viene integrato, l'integrale è nullo a meno di integrare il prodotto di una funzione con se stessa: questo semplifica il calcolo dei coefficienti della serie.

Le varie serie note in letteratura usano basi differenti: per la serie di Fourier è  $e^{-jt}$ , per quella di Hartley è  $\text{cas}(\omega t) = \cos(\omega t) + \sin(\omega t)$ , per quella di Haar è la funzione gradino.

Dato un vettore di funzioni base

$$T(t) = [T_{-n} \quad \dots \quad T_{-1} \quad T_0 \quad T_1 \quad \dots \quad T_n]^T$$

allora una funzione è approssimata da

$$f(t) = FT(t)$$

con

$$T = [F_{-n} \quad \dots \quad F_{-1} \quad F_0 \quad F_1 \quad \dots \quad F_n]_{(1,2n+1)}$$

Ogni coefficiente  $F_i$  viene calcolato sfruttando la proprietà del prodotto interno delle serie ortogonali:

$$F_i = k \int_0^{T_p} f(t)T(t)dt$$

La caratteristica saliente delle serie ortogonali si ritrova nella possibilità di scrivere le operazioni di integrazione e derivazione sotto forma di matrici operazionali:

$$\int_0^t T(\tau)dt = PT(T)$$

$$\frac{dT(t)}{dt} = DT(t)$$

dove  $P$  e  $D$  rappresentano rispettivamente la matrice operazionale di integrazione e di derivazione. In modo analogo vengono riscritti anche gli integrali e le derivate di ordine superiore:

$$\int_0^t \dots \int_0^t T(\tau)dt = P^n T(T)$$

$$\frac{d^n T(t)}{dt^n} = D^n T(t)$$

Questo tipo di approccio è comune a tutte le serie ortogonali: variano invece le sparsità delle matrici operazionali, e questo influisce sulle capacità numeriche di un metodo rispetto ad un altro.

## 1.2 Introduzione all'analisi dei segnali con le wavelet

Le wavelet si sono imposte negli ultimi anni come uno degli strumenti più fruibili per l'analisi dei segnali: i domini applicativi che ad oggi ne fanno uso spaziano dalla biologia alla metallurgia, dalla finanza alla gestione del traffico in internet, dall'elaborazione delle immagini allo studio di patologie mediche. Rispetto alle altre tecniche note presenta importanti differenze, che saranno esposte nei paragrafi successivi.

### 1.2.1 Trasformata di Fourier

Lo strumento principe nell'analisi dei segnali è la trasformata continua di Fourier (Continuous Fourier Transform: CFT): questa scompone il segnale nelle varie sinusoidi di diversa frequenza che lo compongono. Come è noto, la trasformata della funzione  $f(t)$  è:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

Come esempio viene presa in analisi un segnale dato dalla somma della funzione  $f(t) = \sin(2\pi \cdot 50t) + \sin(2\pi \cdot 120t)$  con rumore bianco.

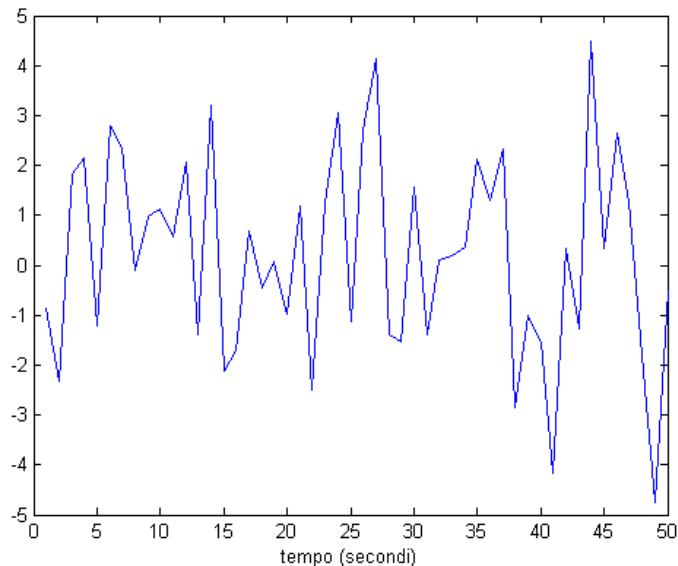


Figura 1.1: Segnale affetto da rumore bianco additivo



La trasformata di Fourier ci permette di individuare immediatamente quali siano le componenti frequenziali principali del segnale:

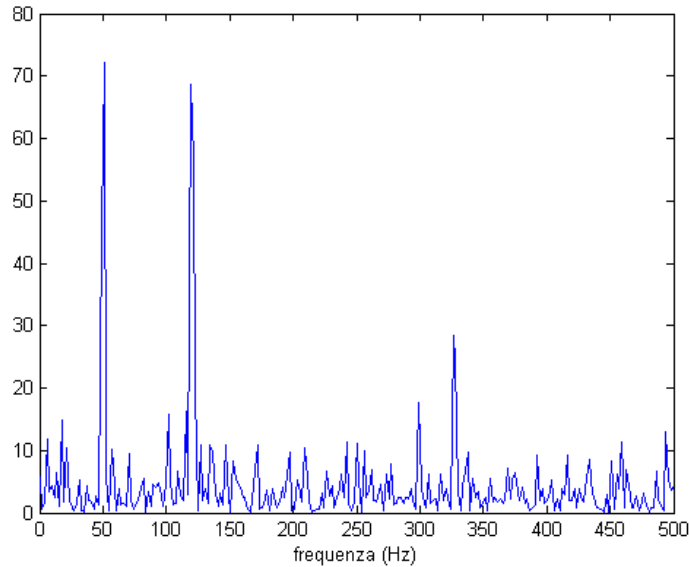


Figura 1.2: Trasformata del segnale di esempio

La trasformata continua di Fourier si rivela quindi adatta a mettere in evidenza il contenuto in frequenza, ma presenta dei difetti: operando nel dominio della frequenza, le informazioni relative al tempo si perdono.

Inoltre, se da un lato le forme d'onda in cui il segnale viene scomposto (le sinusoidi) ben si adattano al caso di regime stazionario, non si può dire altrettanto per lo studio dei transitori o discontinuità; questo è dovuto al fatto che le funzioni base hanno supporto infinito, e qualsiasi informazione locale nel tempo viene propagata su tutto l'asse delle frequenze.

### 1.2.2 Trasformata di Fourier a finestra

Per correggere queste deficienze, negli anni '40 è stata introdotta la Trasformata di Fourier a finestra (o Short-Time Fourier Transform: STFT): sfruttando una funzione a supporto compatto si scompone l'analisi di un segnale mappandola in una funzione del tempo e della frequenza. La STFT di un segnale  $f(t)$  è data da:

$$F(\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t - \tau)e^{-j\omega t}dt$$

Tipicamente la funzione  $g(\cdot)$  è una gaussiana o una finestra rettangolare.

Questa tecnica mantiene il legame tra il contenuto frequenziale e quello temporale; la precisione con cui questo legame viene riportato dipende dall'ampiezza della finestra, che è fissa per tutte le frequenze: questo comporta che la risoluzione dell'analisi sia la medesima per tutto il piano tempo-frequenza.

Dato che segnali ad alta frequenza operano in intervalli temporali brevi (al contrario di quanto succede per le basse frequenze) sarebbe importante che lo strumento di analisi disponesse di finestre tempo-frequenza adattive: infatti, mentre finestre ampie offrono una buona risoluzione nel tempo ma scarsa in frequenza, quelle strette hanno un comportamento opposto. In ogni caso, il principio di indeterminazione di Heisenberg esclude la possibilità di avere una risoluzione arbitrariamente elevata sia nel tempo che in frequenza; se si considera una finestra nel dominio reale di ampiezza  $\Delta t$  a cui corrisponde una finestra ampia  $\Delta \omega$  nello spazio di Fourier, tra queste ampiezze sussiste la relazione per cui:

$$\Delta \omega \times \Delta t \geq \frac{1}{4\pi}$$

Una scelta opportuna di funzioni base flessibili può sfruttare la precedente relazione, che non limita in modo rigido le risoluzioni in ambito temporale e frequenziale, ma solo il loro prodotto.

### 1.2.3 Trasformata wavelet

Il passo successivo in termini di flessibilità è rappresentato dalla trasformata wavelet (Wavelet Transform: WT): viene riproposto l'approccio dell'analisi a finestra, ma l'ampiezza di quest'ultima è variabile. Le funzioni base sono traslazioni di versioni dilatate o contratte di una wavelet prototipo, detta wavelet madre. L'espressione delle funzioni base è:

$$\psi_{s,t}(u) = |s|^{-p} \psi\left(\frac{u-t}{s}\right)$$

con  $p \in \mathbb{R}^+$  e  $s \in \mathbb{R}$ . Tipici esempi di wavelet madri sono la wavelet di Haar, di Daubechies, di Coiflets, di Morlet, di Meyer o a cappello messicano.

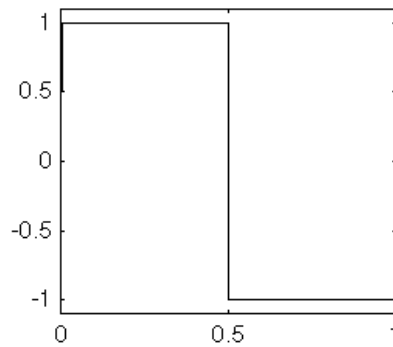


Figura 1.3: Wavelet di Haar

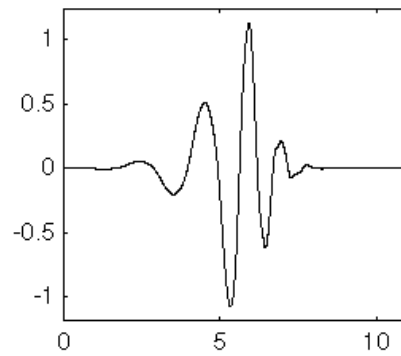


Figura 1.4: Wavelet di Daubechies con 6 momenti di annullamento

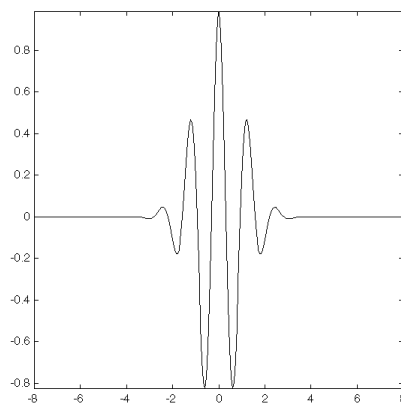


Figura 1.5: Wavelet di Morlet

Per valori grandi di  $s$  (detto fattore di scala) si ottengono versioni dilatate della wavelet prototipo, lunghe e a bassa frequenza, mentre per piccoli valori di

$s$  avremo wavelet contratte, corte ed ad alta frequenza;  $t$  è il fattore che determina la traslazione.

Una wavelet è una forma d'onda limitata nel tempo a valore medio nullo. La trasformata wavelet scompone il segnale in versioni scalate e traslate della wavelet madre. Una volta che è stato fissato il fattore di scala  $s$  i coefficienti della trasformata wavelet rappresentano la correlazione tra le wavelet e il segnale di origine.

Così, partendo da una rappresentazione delle ampiezze del segnale nel dominio del tempo, passiamo attraverso una rappresentazione ampiezza/frequenza (Fourier), tempo/frequenza (STFT) e scala/tempo (wavelet).

Il fattore di scala è l'elemento che rende questo tipo di analisi flessibile: a valori bassi di scala corrispondono wavelet più compresse, che ben si adattano alla rappresentazione di rapidi cambiamenti del segnale, mentre fattori di scala alti allungano le onde rendendole simili a segnali di bassa frequenza.

La Trasformata Wavelet Continua (CWT: Continuous Wavelet Transform) si ottiene integrando la moltiplicazione del segnale  $x(u)$  per una versione scalata e traslata della wavelet madre. Per definizione:

$$\tilde{x}(s, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\psi}_{s,t}(u) x(u) du$$

da cui risulta evidente come la trasformata wavelet di un segnale sia funzione del tempo e del fattore di scala. Alti valori della CWT per determinati valori di  $s$  e  $t$  denotano alta correlazione tra il segnale e  $\psi_{s,t}$ .

Per focalizzare le differenze tra la CWT e la STFT, si consideri la madre wavelet  $\psi(u)$ , centrata in  $t_0$  e di ampiezza  $T$ , e la sua trasformata di Fourier  $\Psi(\omega)$ ; la generica  $\psi_{s,t}$  è centrata in  $st_0 + t$  ed ha un'ampiezza temporale  $sT$ . La CWT fornisce informazioni del segnale sull'intervallo temporale

$$[st_0 + t - \frac{sT}{2}, st_0 + t + \frac{sT}{2}]$$

e sullo spettro di frequenze

$$[\frac{f_0 - \Omega}{s}, \frac{f_0 + \Omega}{s}]$$

dove  $f_0$  è il centro di  $\Psi(\omega)$  e  $\Omega$  ne è la banda: piccoli valori di  $s$  determinano una banda ampia (contemporaneamente aumenta la risoluzione in ambito temporale)

e viceversa per  $s$  crescenti; in questo modo si aggira il limite della finestra ad ampiezza fissa che caratterizza la STFT.

### 1.2.4 Wavelet sull'intervallo

Per lo studio di problemi limitati le wavelet sull'intervallo presentano alcuni vantaggi; dal momento che questo tipo di funzioni sopravvivono sono caratterizzate dall'essere definite su un supporto compatto  $[a, b]$ , l'espansione e le operazioni nel dominio wavelet non introducono alti coefficienti ai bordi del dominio stesso, migliorando i risultati.

Una funzione  $f(t)$  ha supporto compatto sull'intervallo  $[a, b]$  se  $f(t) = 0$  all'esterno dell'intervallo ed  $[a, b] \subset \mathbb{R}$  è limitato. Quindi, riportando l'analisi all'intervallo  $[0, 1]$ , le wavelet (e le loro funzioni di scala) avranno supporto compatto su un intervallo incluso in  $[0, 1]$ .

In questa sede sono state usate le wavelet di Daubechies sull'intervallo.

I parametri più importanti da poter variare durante i processi di analisi sono il numero di punti di annullamento (vanishing moments) e la risoluzione. Entrambi i fattori influenzano pesantemente i risultati dell'analisi, ed in particolare la risoluzione  $m$ : tale parametro varia da un minimo di  $n - 1$  (dove  $n$  è il numero di vanishing moments) fino a 12 (valori superiori comportano una pesantezza di calcolo eccessiva) e definisce l'ampiezza della base, ovvero il numero di wavelet che saranno usate per l'approssimazione. L'intervallo di tempo preso in esame viene infatti suddiviso in  $2^m$  parti, che sono assimilabili a degli istanti di campionamento.

Gli operatori derivativo  $D$  ed integrale  $T$  per trasformate wavelet sull'intervallo sono disponibili, e permettono di trasformare un sistema di equazioni integro-differenziali in uno equivalente algebrico.

Ad esempio l'equazione differenziale del primo ordine:

$$\begin{cases} \dot{y} + ay = u \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

viene trasformato nel dominio wavelet nelle equazioni:

$$\begin{cases} DY + aY = U \\ b(0)Y = y_0 \end{cases}$$

dove  $Y$  è il vettore dei coefficienti della trasformata wavelet e rappresenta l'incognita,  $U$  è il vettore dei coefficienti della trasformata wavelet dei termini noti,  $D$  è la matrice differenziale e  $b(0)$  rappresenta il vettore dei valori assunti dalla base scelta all'estremo sinistro dell'intervallo.

In modo analogo si riporta l'esempio di una equazione integrale:

$$y(t) - y(0) + a \int_0^t y(\tau) d\tau = \int_0^t u(\tau) d\tau$$

che viene trasformata in:

$$I[Y - Y_0] + aTY = Tu$$

In tutti i casi presi in considerazione nel seguito, il parametro risoluzione è stato fatto variare da 5 a 12 in modo da mettere in evidenza le differenze tra i risultati. Da notare che le dimensioni dei vettori dei coefficienti e delle matrici operazionali crescono esponenzialmente con  $m$ : le matrici hanno dimensione  $2^m \times 2^m$  e i vettori hanno lunghezza  $2^m$ ; quindi per  $m = 12$  avremo matrici con 16.777.216 elementi che occupano uno spazio di memoria pari a 128 MB, con il rallentamento dei calcoli che ne deriva.

## Capitolo 2

# Stima dei parametri di un motore DC

Il primo caso che viene esaminato con i metodi esposti nel capitolo precedente è il motore DC. Dopo un breve richiamo alla teoria del motore in corrente continua ed alla sua implementazione in Simulink, viene mostrato un esempio di montaggio e di quest'ultimo vengono stimate le grandezze con il metodo della trasformata wavelet; viene successivamente valutata la bontà dei parametri stimati.

### 2.1 Il motore DC

Il funzionamento del motore DC è dettato dalla legge di Ampère:

$$\underline{F} = i \underline{l} \wedge \underline{B}$$

Secondo tale legge un conduttore di lunghezza  $l$  percorso da una corrente  $i$  e disposto ortogonalmente ad un campo magnetico uniforme di induzione  $\underline{B}$  è sollecitato da una forza elettromagnetica  $\underline{F}$  che lo sposta normalmente alla direzione della corrente e del campo.

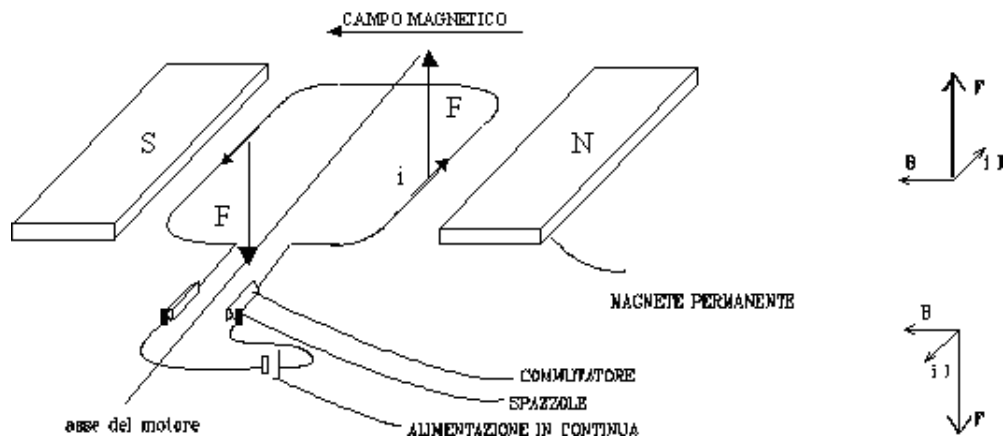


Figura 2.1: Principio di funzionamento del motore DC

Il motore è alimentato in continua per mezzo di spazzole conduttrici. Le spazzole poggiano su delle lamelle, ognuna delle quali è collegata ad una o più spire. Le spire sono la parte mobile del motore, mentre la parte statica è costituita dai poli magnetici. La coppia motrice che si genera per la legge di Ampère si riduce con la rotazione della spira, sino ad annullarsi quando questa è parallela al campo di induzione. Aumentando il numero di spire si ottiene una coppia motrice risultante che si mantiene massima e pressochè costante nel tempo, ad eccezione di piccole sollecitazioni dovute alle commutazioni ed alla non perfetta uniformità del campo magnetico.



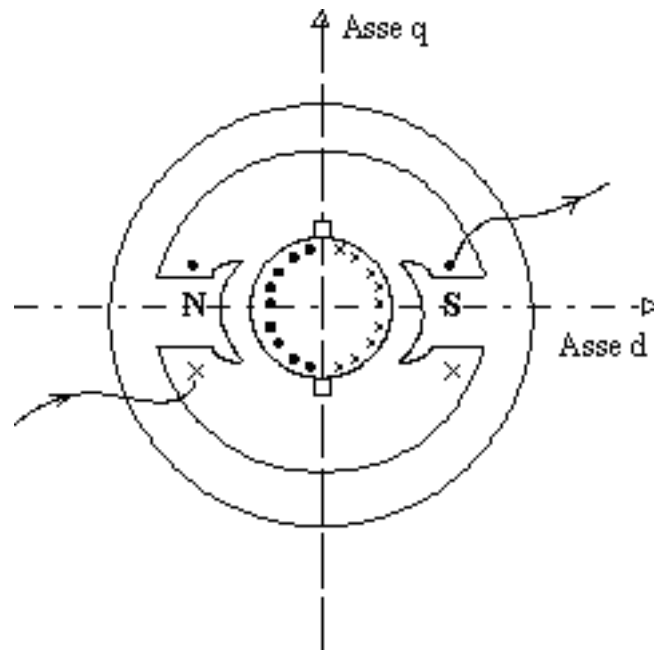


Figura 2.2: Sezione schematica del motore DC

La sezione schematica di figura mostra uno statore eccitato da un avvolgimento, detto di campo. L'asse  $d$ , detto diretto o di campo, indica la direzione del flusso di eccitazione. L'avvolgimento di armatura è equivalente ad una bobina che produce un campo magnetico diretto lungo l'asse  $q$ . La coppia motrice che si genera si muove per allineare il campo magnetico di armatura con quello dello statore; contemporaneamente alla rotazione dell'armatura, cambiano le connessioni delle bobine all'alimentazione per mezzo del gruppo collettore-spazzole, con lo scopo di riportare il campo magnetico di armatura perpendicolare a quello di campo.

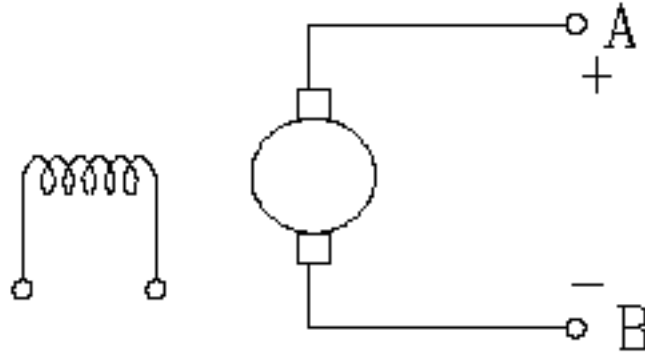


Figura 2.3: Motore in continua ad eccitazione indipendente

Nelle analisi che seguono, viene considerato un esempio di motore DC ad eccitazione indipendente: in questo caso il circuito di campo ha un'alimentazione separata da quello di armatura.

Il circuito di armatura consiste in una induttanza  $L_a$  ed in una resistenza  $R_a$  in serie con una forza controelettromotrice (FCEM)  $E$  che è proporzionale alla velocità della macchina:

$$E = K_E \omega$$

dove  $\omega$  è la velocità della macchina e  $K_E$  è una tensione costante, che nel motore DC ad eccitazione separata è proporzionale alla corrente di campo:

$$K_E = L_{af} I_f$$

dove  $L_{af}$  è la mutua induttanza tra campo ed armatura.

La coppia elettromeccanica sviluppata dalla macchina a corrente continua è proporzionale alla corrente di armatura  $I_a$ :

$$T_e = K_T I_a$$

Sul segno di  $T_e$  vale la seguente convenzione:

$$\begin{cases} T_e > 0 : & \text{funzionamento come generatore} \\ T_e < 0 : & \text{funzionamento come motore} \end{cases}$$

mentre  $K_T = K_E$ .

## 2.2 Modello Simulink del motore DC

Il blocco Simulink che implementa il motore DC ad eccitazione indipendente è il seguente:

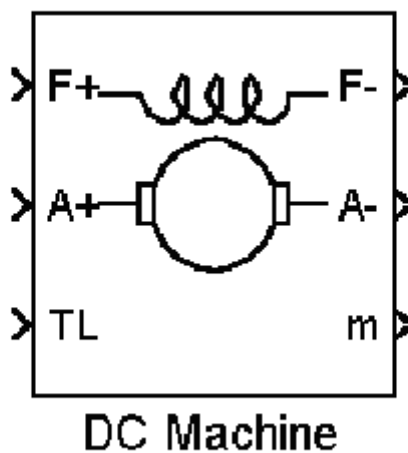


Figura 2.4: Blocco Simulink del motore in continua

In questo blocco le connessioni  $(F+, F-)$  sono quelle relative al campo, mentre  $(A+, A-)$  sono relative all'armatura; il blocco consente sia di implementare motori con eccitazione in serie che in parallelo.

Il circuito relativo al campo è costituito da una resistenza in serie ad una induttanza, connessi tra la porta di ingresso  $F+$  e quella di uscita  $F-$ .

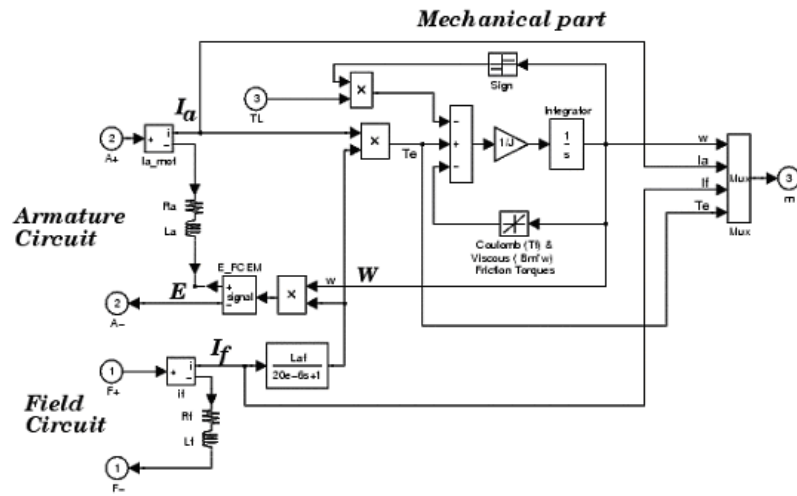


Figura 2.5: Schema Simulink del motore in continua

Il circuito di armatura, collocato tra la porta di ingresso  $A+$  e quella di uscita  $A-$ , è connesso ad un generatore controllato di tensione.

In uscita dal blocco si hanno 4 segnali disponibili per le misure:

- La velocità del rotore  $\omega_r$  in  $rad/s$
- La corrente di armatura  $i_a$  in  $A$
- La corrente di campo  $i_f$  in  $A$
- La coppia elettromeccanica  $T_e$  in  $Nm$

Il blocco mette a disposizione un *dialog box* attraverso il quale è possibile impostare i parametri elettrici del motore:

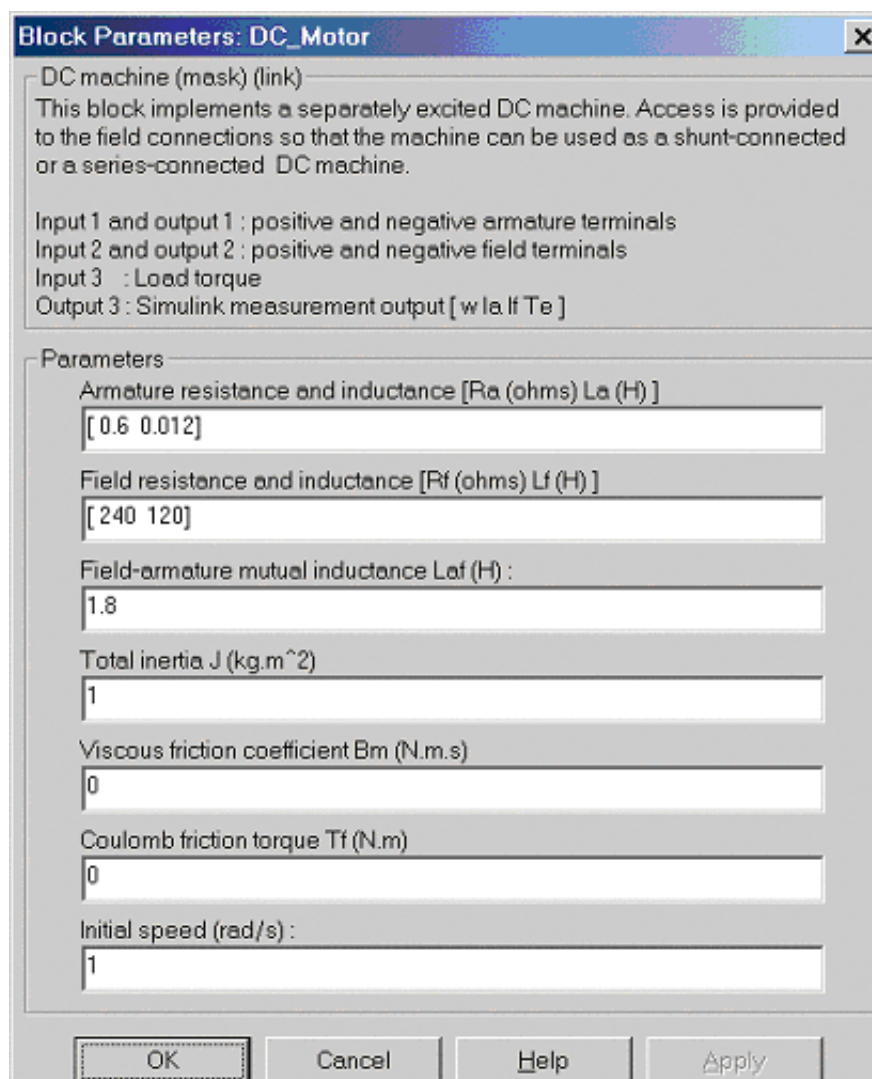


Figura 2.6: Schema Simulink del motore in continua

### 2.2.1 Esempio di applicazione del modello del motore DC

Le analisi svolte hanno preso in esame un motore DC 5 HP, 240 V con resistenza di avviamento variabile. Lo schema circuitale complessivo è il seguente:



che, una volta che siano stati messi in evidenza i parametri da identificare, diventa:

$$\begin{bmatrix} i_a(t) & \frac{di_a(t)}{dt} & i_f(t)\omega(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a \\ L_a \\ L_{af} \end{bmatrix} = v_a(t)$$

Introducendo le trasformate wavelet delle funzioni presenti nell'equazione e gli operatori relativi a tale dominio, la stessa viene riscritta nella forma:

$$\begin{bmatrix} I_a & D \cdot I_a & I_f \Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a \\ L_a \\ L_{af} \end{bmatrix} = V_a$$

Il sistema è completamente algebrico e risolvibile sfruttando il metodo della pseudoinversa:

$$\begin{bmatrix} R_a \\ L_a \\ L_{af} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a & D \cdot I_a & I_f \Omega \end{bmatrix}^+ V_a$$

### 2.2.2 Analisi del sistema con le equazioni integrate

Per valutare la bontà degli operatori integrale e differenziale del dominio wavelet, il sistema è stato integrato; in questo modo si esclude l'operatore differenziale e si introduce quello integrale.

L'equazione della dinamica elettrica integrata diventa:

$$L_a i_a(t) + R_a \int i_a(t) dt + L_{af} \int i_f(t) \omega_r(t) dt = \int v_a(t) dt$$

che, una volta che siano stati messi in evidenza i parametri da identificare, diventa:

$$\begin{bmatrix} \int i_a(t) dt & i_a(t) & \int i_f(t) \omega_r(t) dt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a \\ L_a \\ L_{af} \end{bmatrix} = \int v_a(t) dt$$

Introducendo le trasformate wavelet delle funzioni presenti nell'equazione e gli operatori relativi a tale dominio, la stessa viene riscritta nella forma:

$$\begin{bmatrix} INT_W & I_a & I_a & INT_W I_f \Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a \\ L_a \\ L_{af} \end{bmatrix} = INT_W V_a$$

Il sistema è completamente algebrico e risolvibile sfruttando il metodo della pseudoinversa:

$$\begin{bmatrix} R_a \\ L_a \\ L_{af} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} INT_W & I_a & I_a & INT_W I_f \Omega \end{bmatrix}^+ INT_W V_a$$

## 2.3 Condizioni di analisi

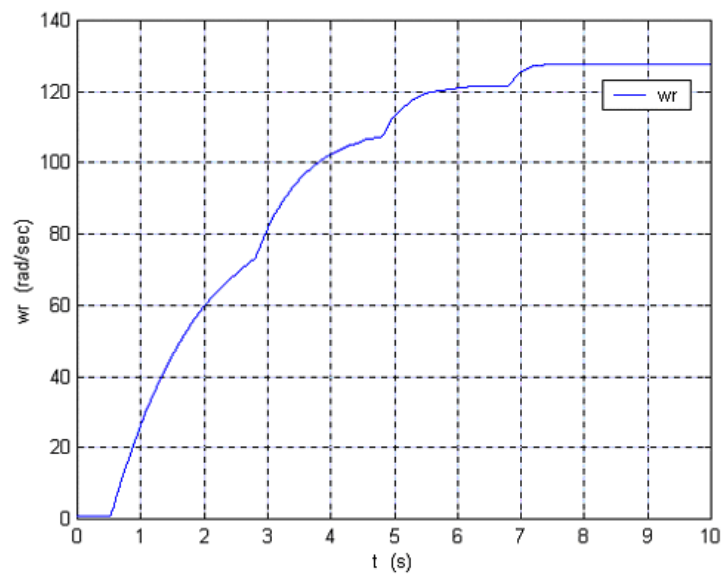
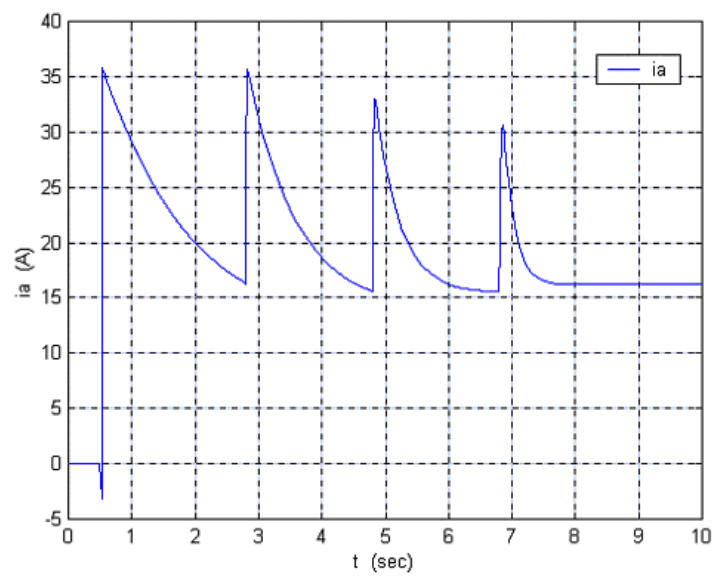
Del modello in analisi si devono stimare i valori di  $R_a$ ,  $L_a$ ,  $L_{af}$  i cui valori reali sono:

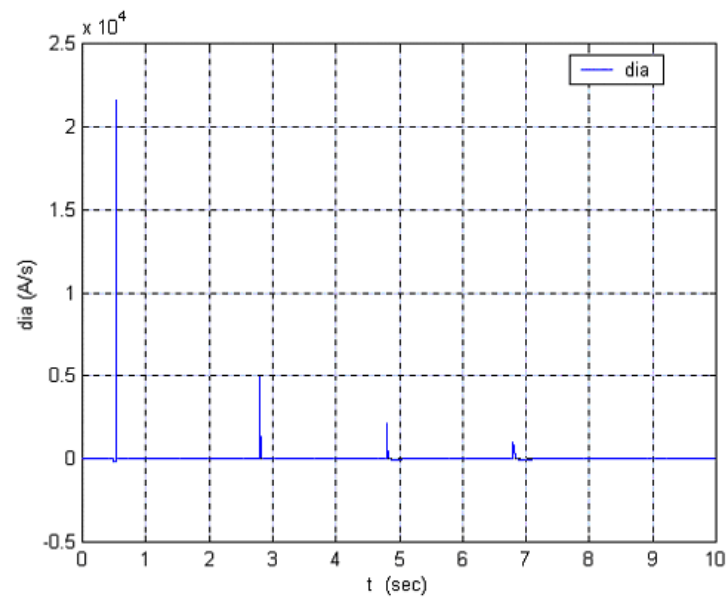
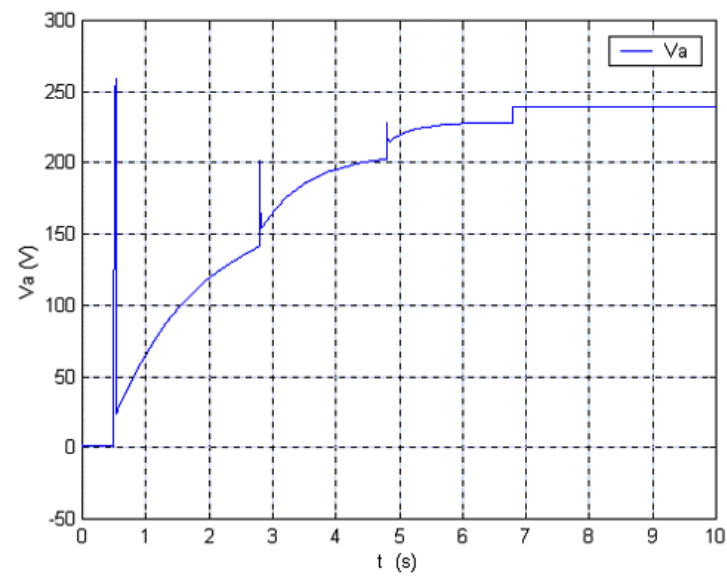
$$\begin{cases} R_a = 0,6 \, \Omega \\ L_a = 0,012 \, H \\ L_{af} = 1,8 \, H \end{cases}$$

mentre è noto il valore di  $i_f = 1 \, A$ .

Di seguito sono riportati gli andamenti delle grandezze oggetto di studio (la velocità  $\omega_r$ , la corrente di armatura  $i_a$  e della sua derivata  $\frac{di_a}{dt}$ , della tensione di armatura  $v_a$ ) durante un transitorio di 10 secondi:



Figura 2.9: Andamento di  $\omega_r$ Figura 2.10: Andamento di  $i_a$

Figura 2.11: Andamento di  $\frac{di_a}{dt}$ Figura 2.12: Andamento di  $v_a$ 

Tutte le funzioni sono caratterizzate dalle discontinuità in coincidenza degli istanti di attivazione delle resistenze di avviamento.

L'analisi viene effettuata in diverse modalità:

- un intervallo di tempo da 0 a 10 secondi;
- un intervallo ristretto di 1 secondo, mantenendo la stessa risoluzione: permette di campionare più densamente la funzione, in modo da avere calcoli più accurati;
- un intervallo ristretto di 1 secondo a cavallo delle discontinuità, mantenendo la stessa risoluzione: in questo caso specifico, è possibile valutare meglio il valore dell'induttanza  $L_a$  che, essendo 2 ordini di grandezza inferiore alle altre incognite, viene portata a zero dalla risoluzione del sistema algebrico; la discontinuità porta alti valori delle derivate, a cui  $L_a$  è legata;
- tutti i casi sono stati ripetuti in presenza di rumore bianco additivo;
- tutti i casi sono stati ripetuti in presenza di una coppia meccanica resistiva;
- in ogni caso la risoluzione  $m$  delle trasformate wavelet è stata fatta variare da 5 a 12.

## 2.4 Esempi di ricostruzione

Di seguito sono mostrate alcuni esempi nei quali le funzioni precedentemente discusse vengono confrontate con le loro ricostruzioni: ogni segnale è stato cioè prelevato, trasformato nel dominio wavelet con una determinata risoluzione e successivamente antitrasformato; il risultato è messo a confronto con la funzione di partenza, in modo da valutare eventuali perdite o distorsioni dovute all'operazione di trasformazione.

### 2.4.1 Analisi su un transitorio di 10 secondi

Corrente di armatura  $i_a(t)$

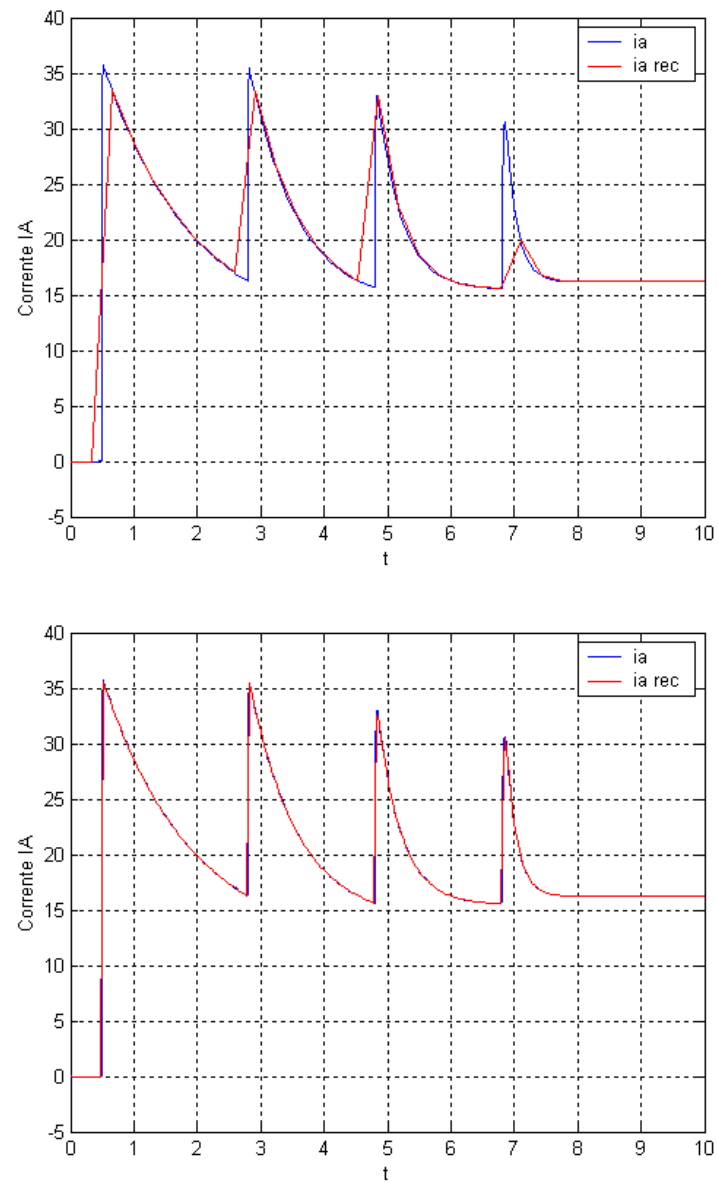
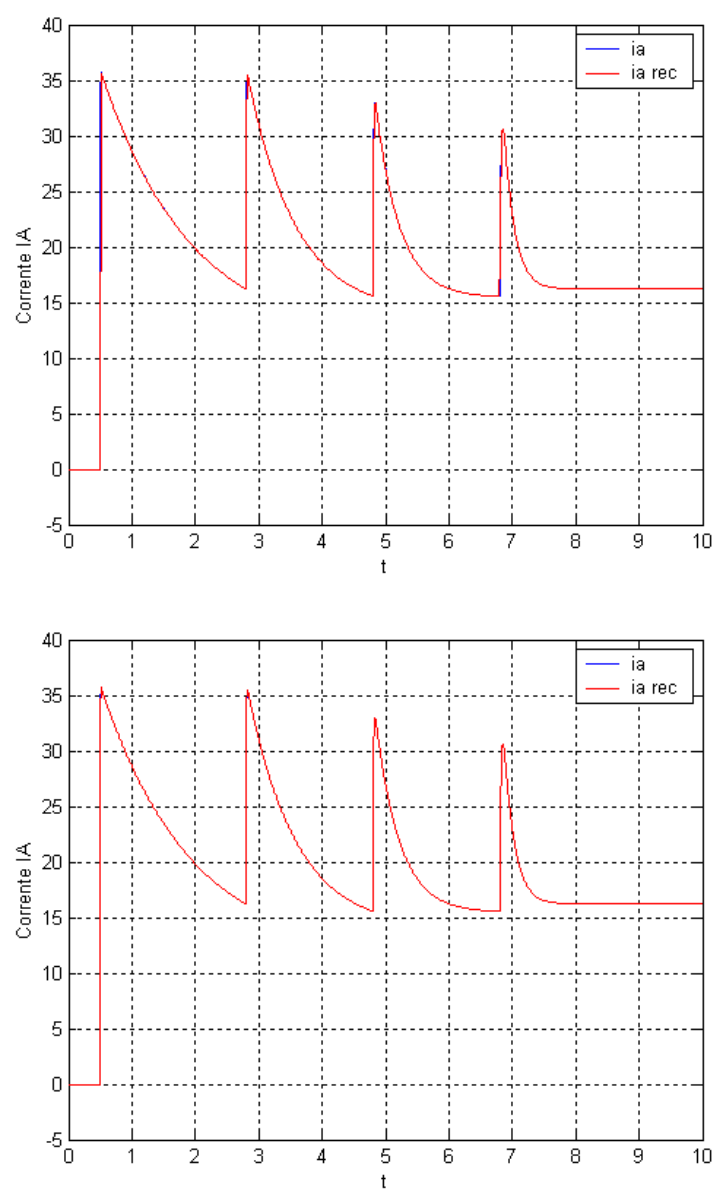


Figura 2.13: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.14: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Derivata della corrente di armatura  $\frac{di_a(t)}{dt}$**

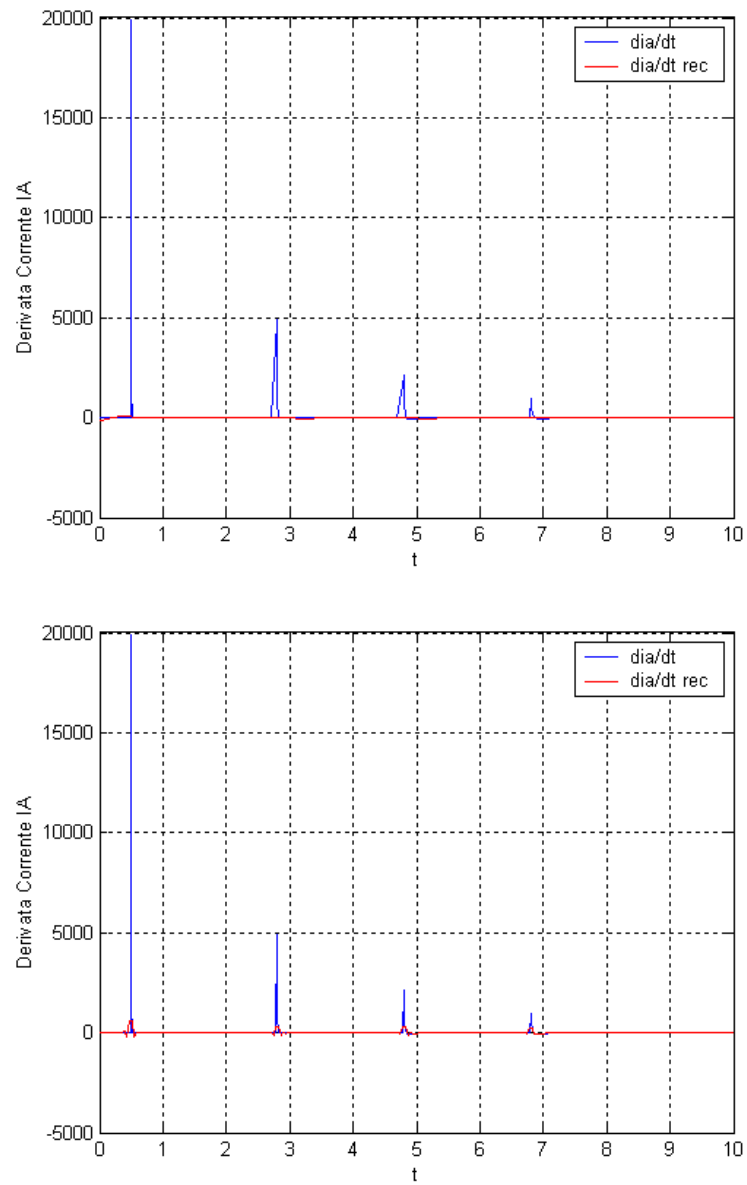
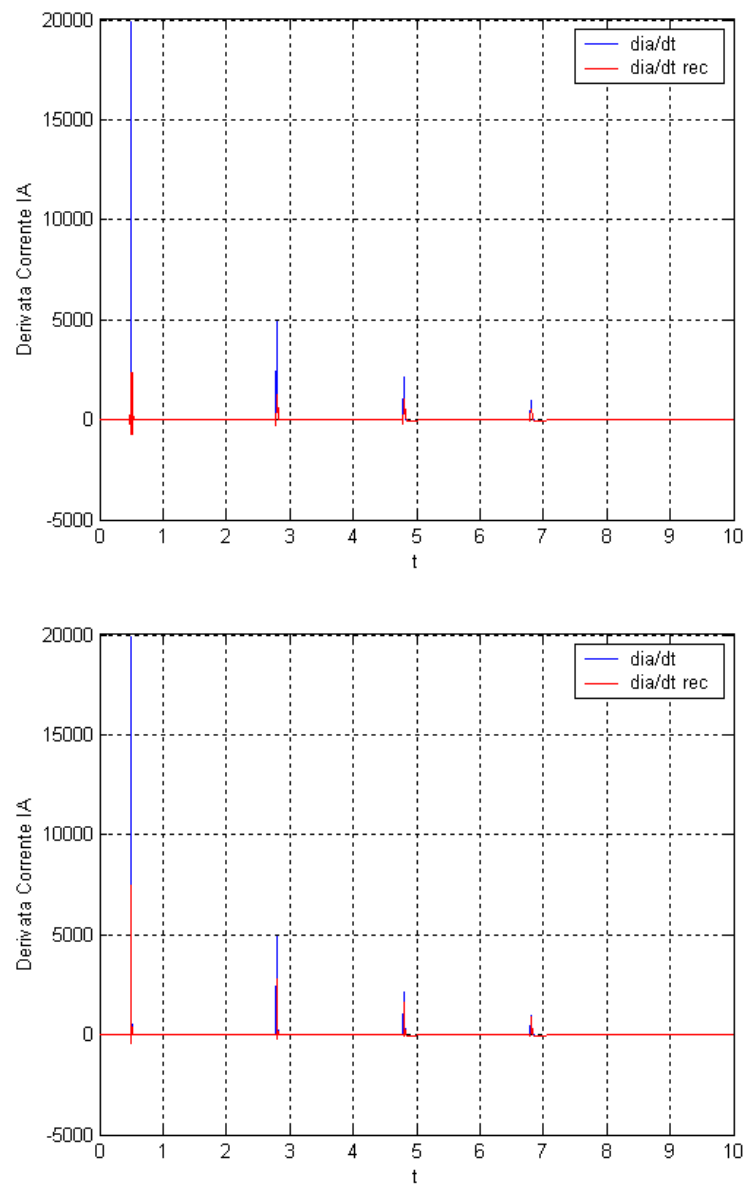


Figura 2.15: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.16: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Tensione di armatura  $v_a(t)$**

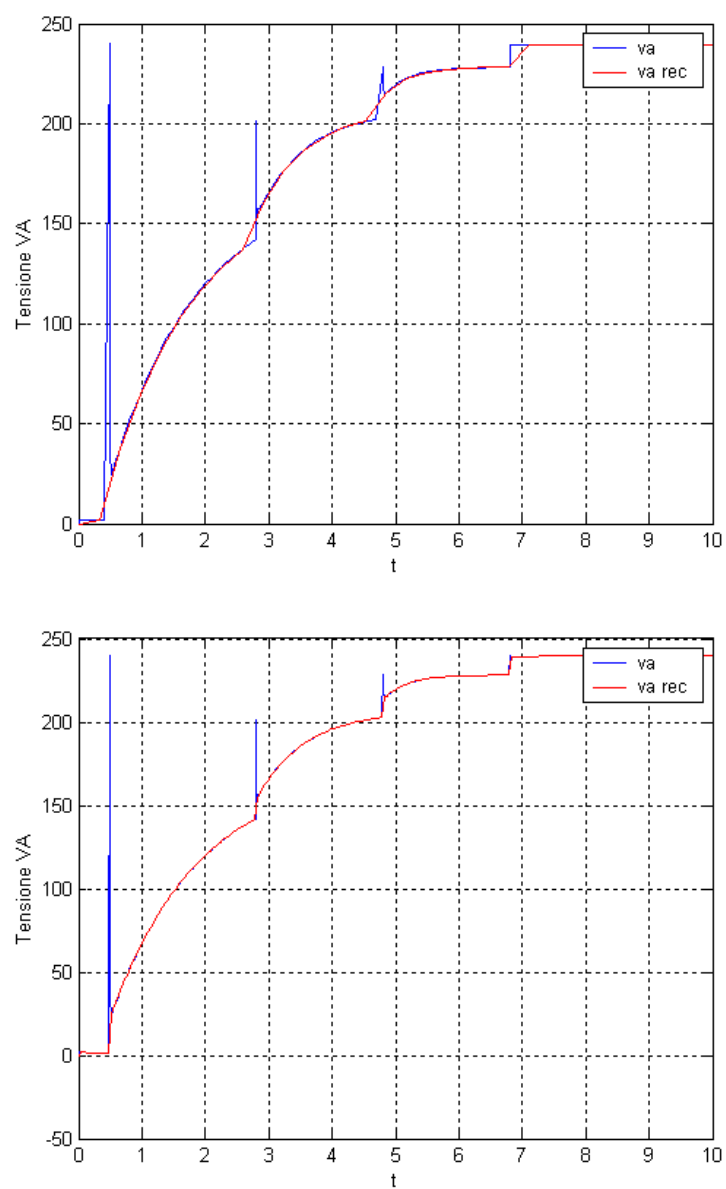
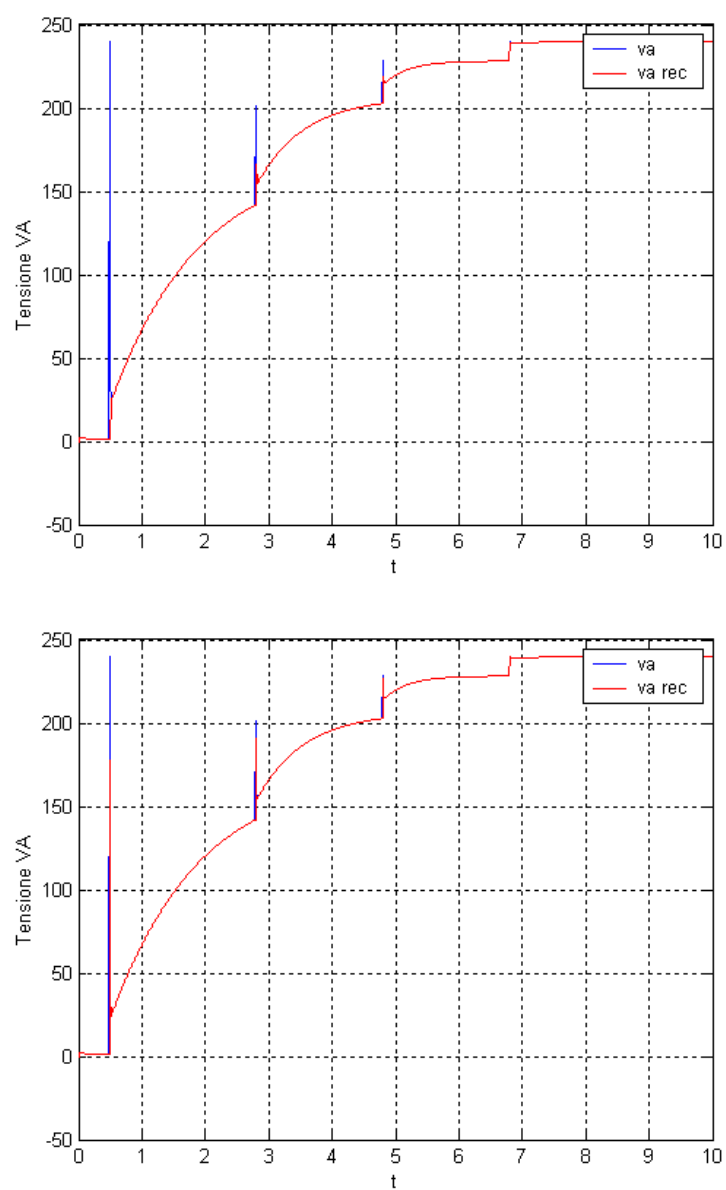


Figura 2.17: Risoluzione  $m = 5, m = 8$



Figura 2.18: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

### 2.4.2 Analisi su un transitorio di 10 secondi in presenza di rumore bianco

Corrente di armatura  $i_a(t)$

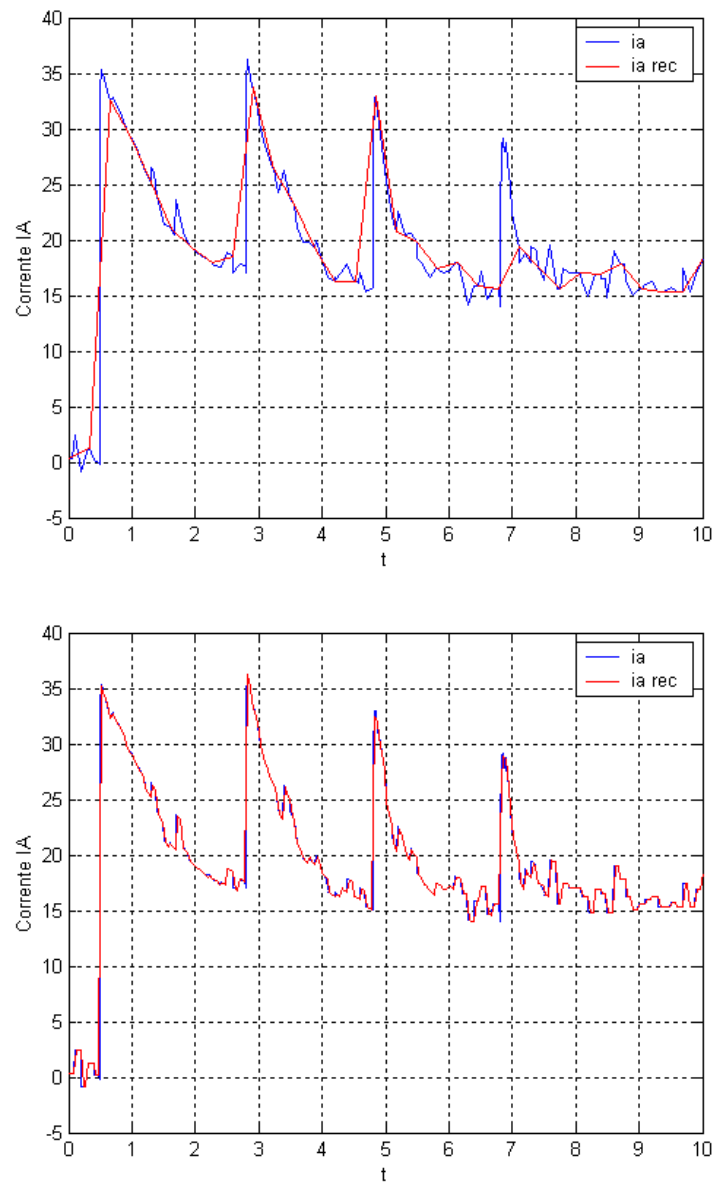
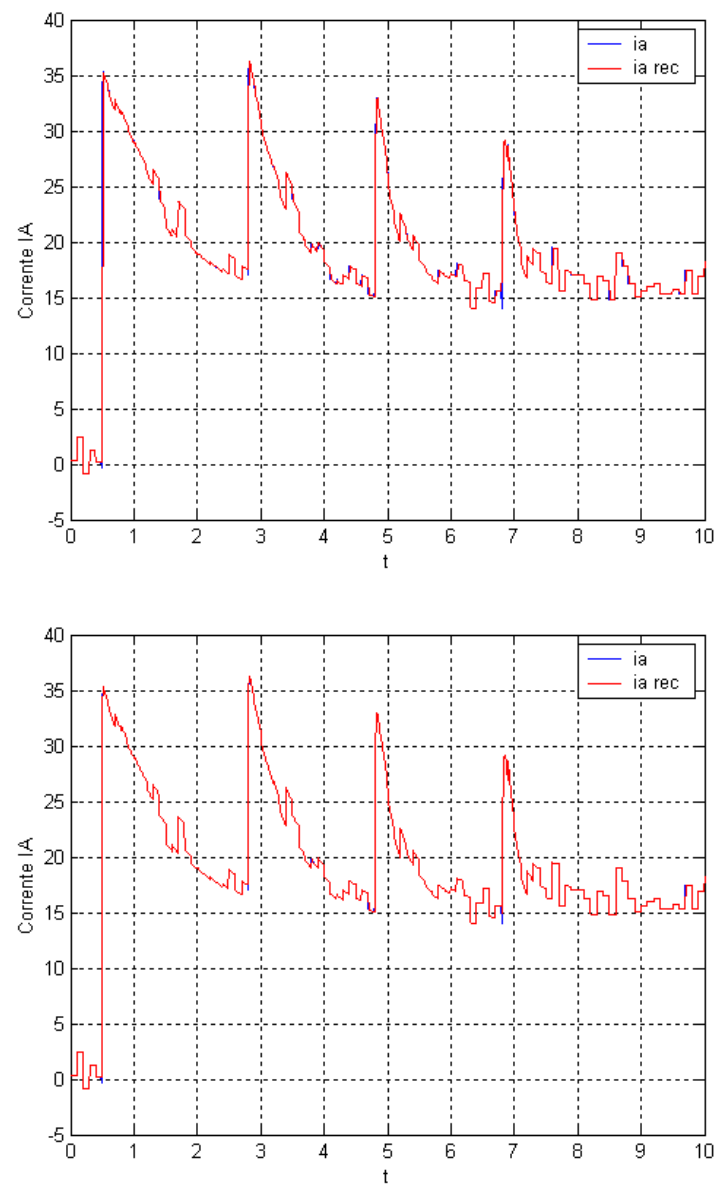


Figura 2.19: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.20: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Derivata della corrente di armatura  $\frac{di_a(t)}{dt}$**

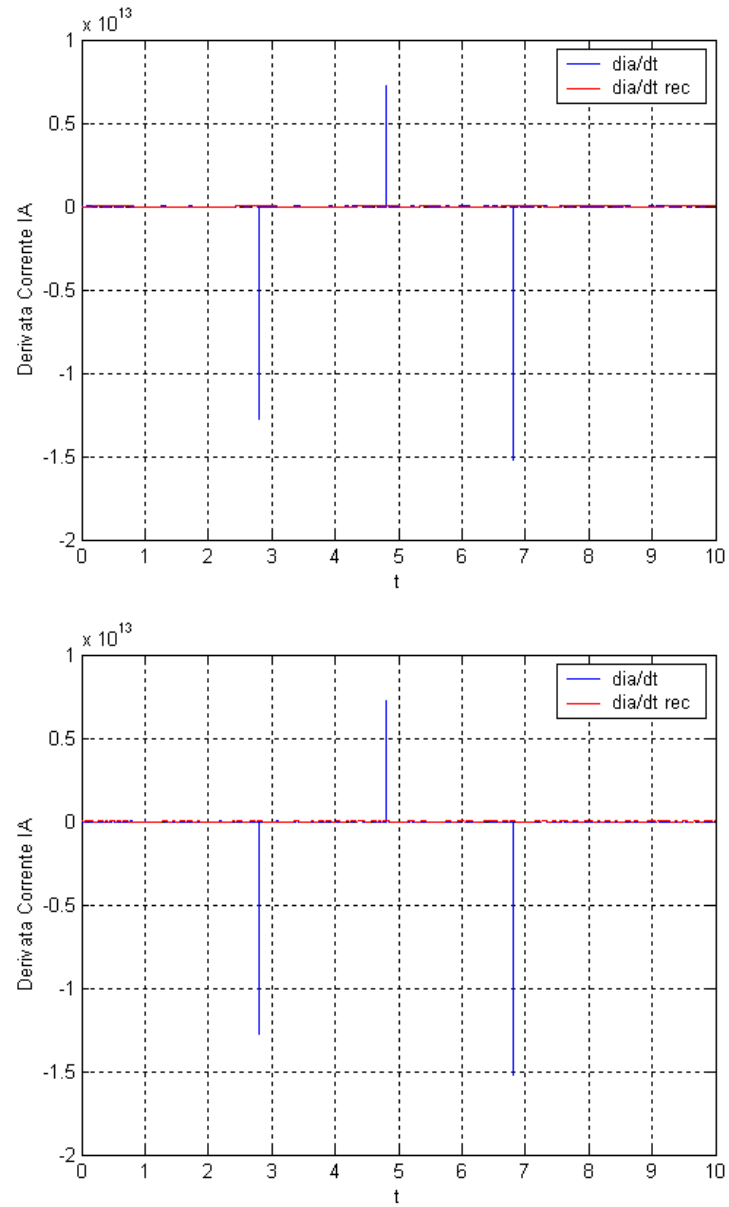
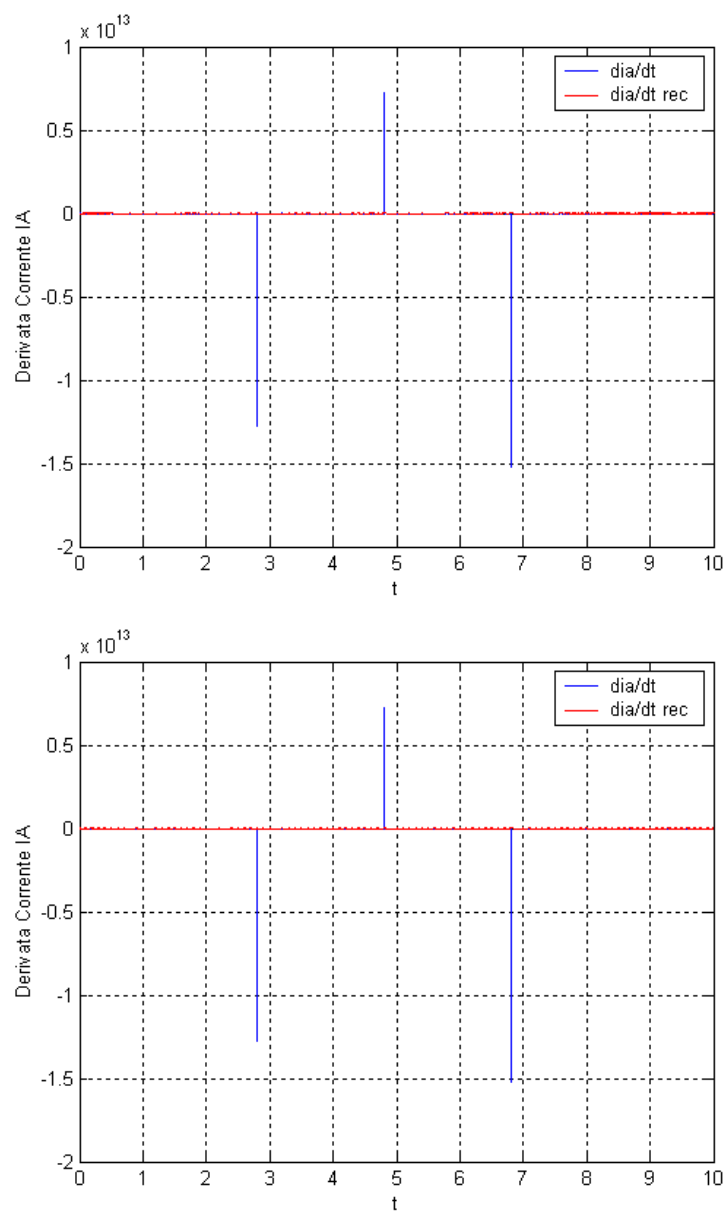


Figura 2.21: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.22: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Tensione di armatura  $v_a(t)$**

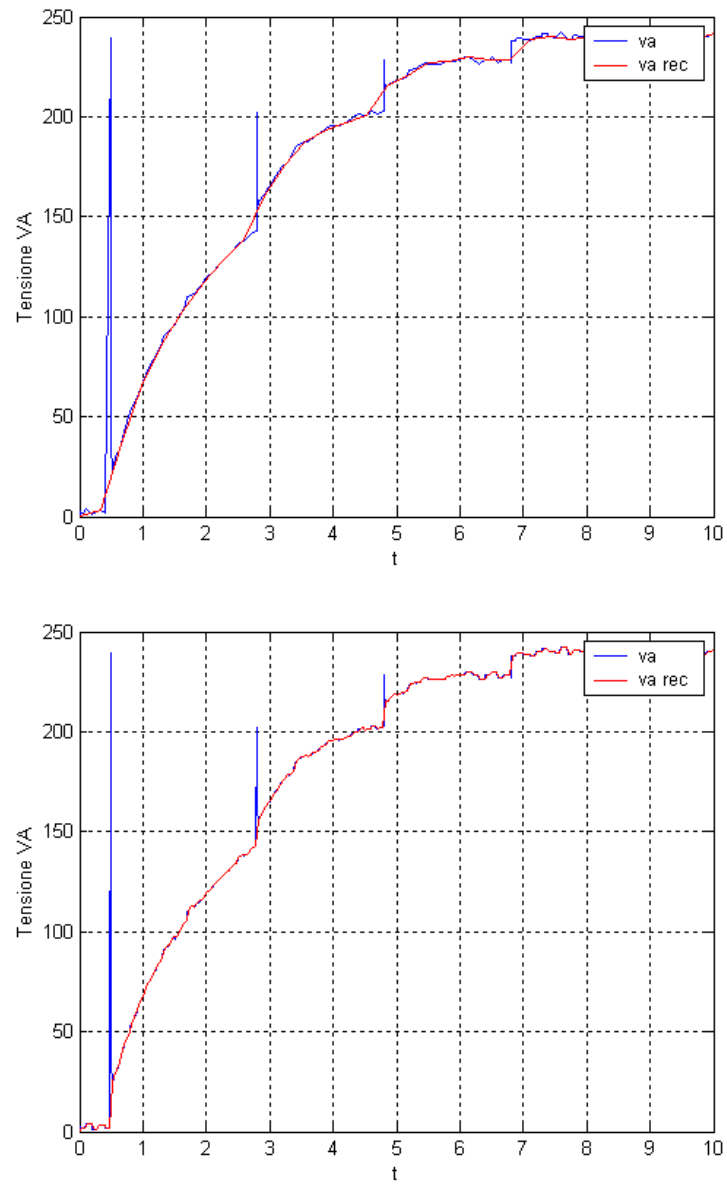
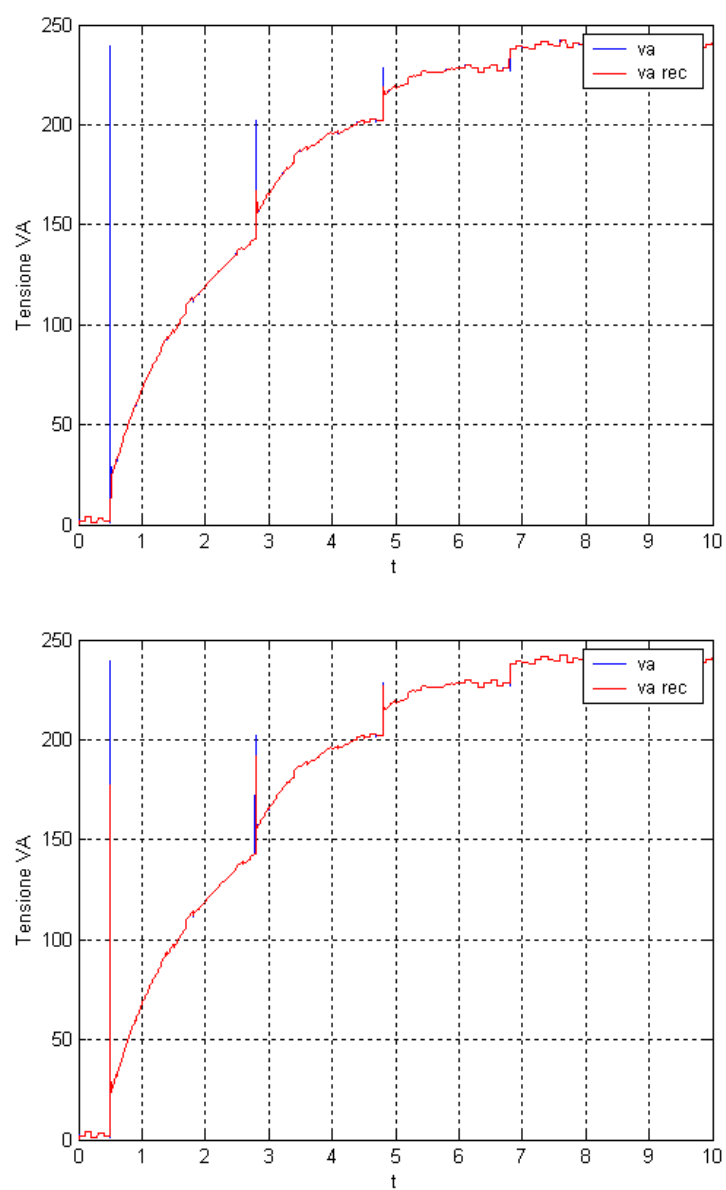


Figura 2.23: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.24: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

### 2.4.3 Analisi su un transitorio di 1 secondo tratto continuo

Corrente di armatura  $i_a(t)$

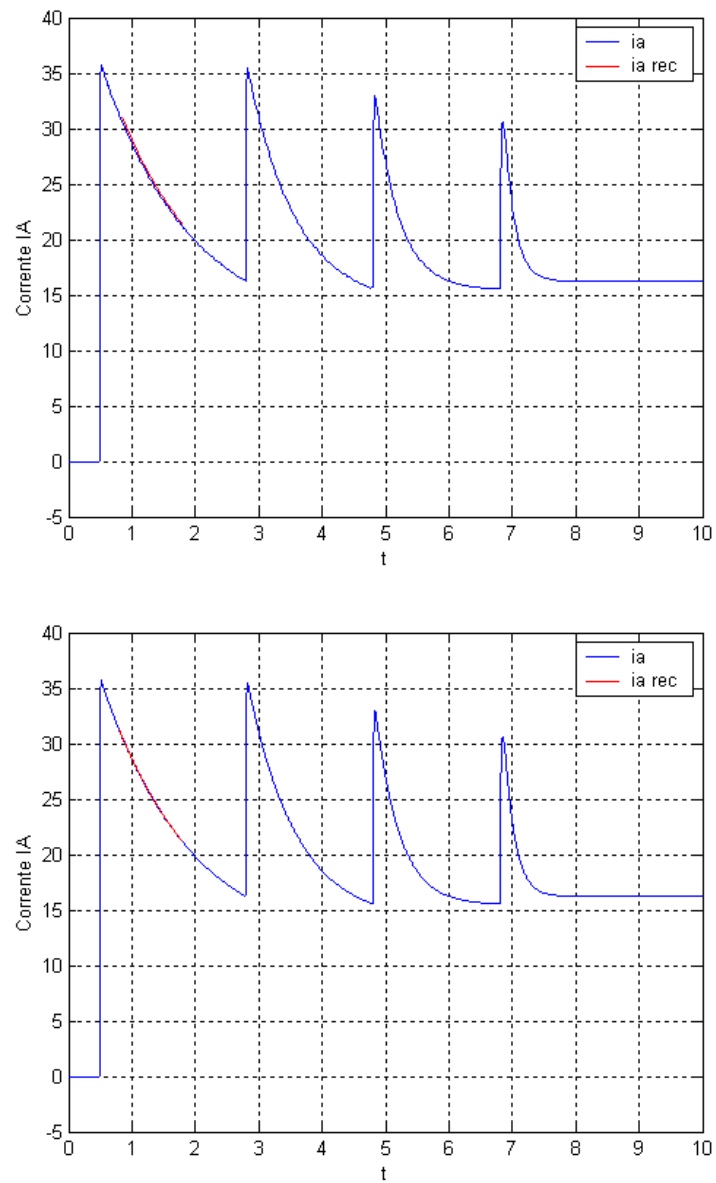
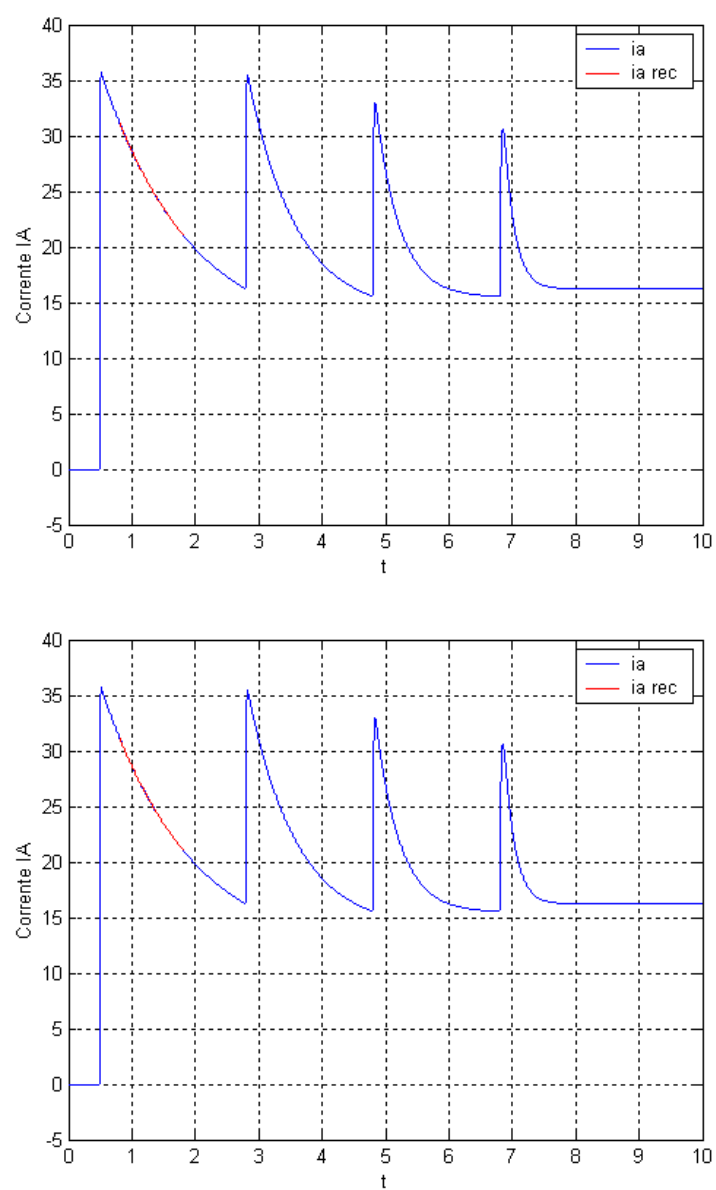


Figura 2.25: Risoluzione  $m = 5, m = 8$



Figura 2.26: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Derivata della corrente di armatura**  $\frac{di_a(t)}{dt}$

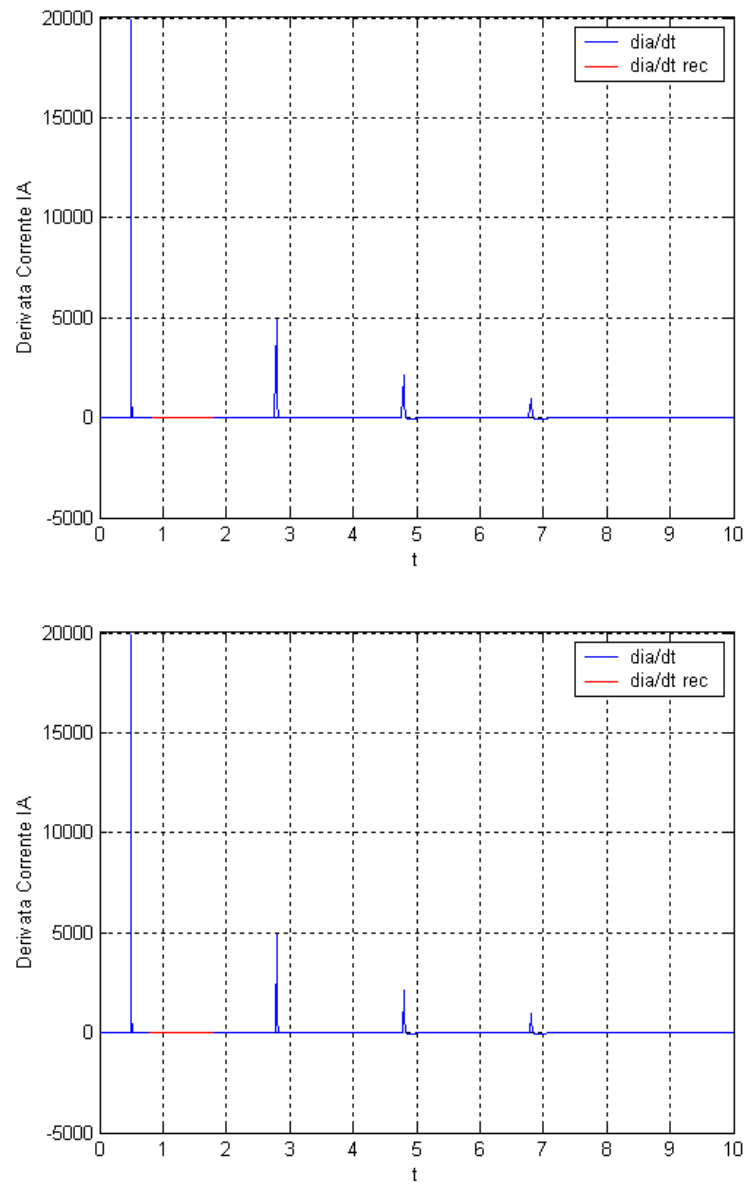
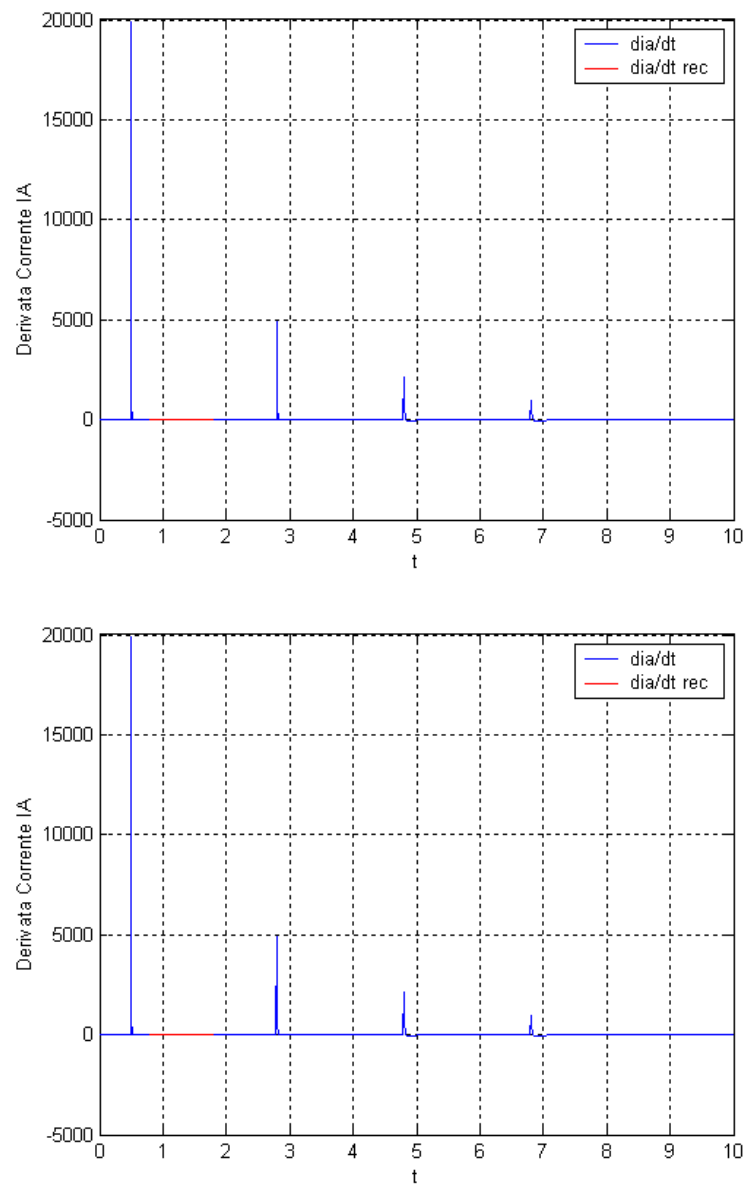


Figura 2.27: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.28: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Tensione di armatura  $v_a(t)$**

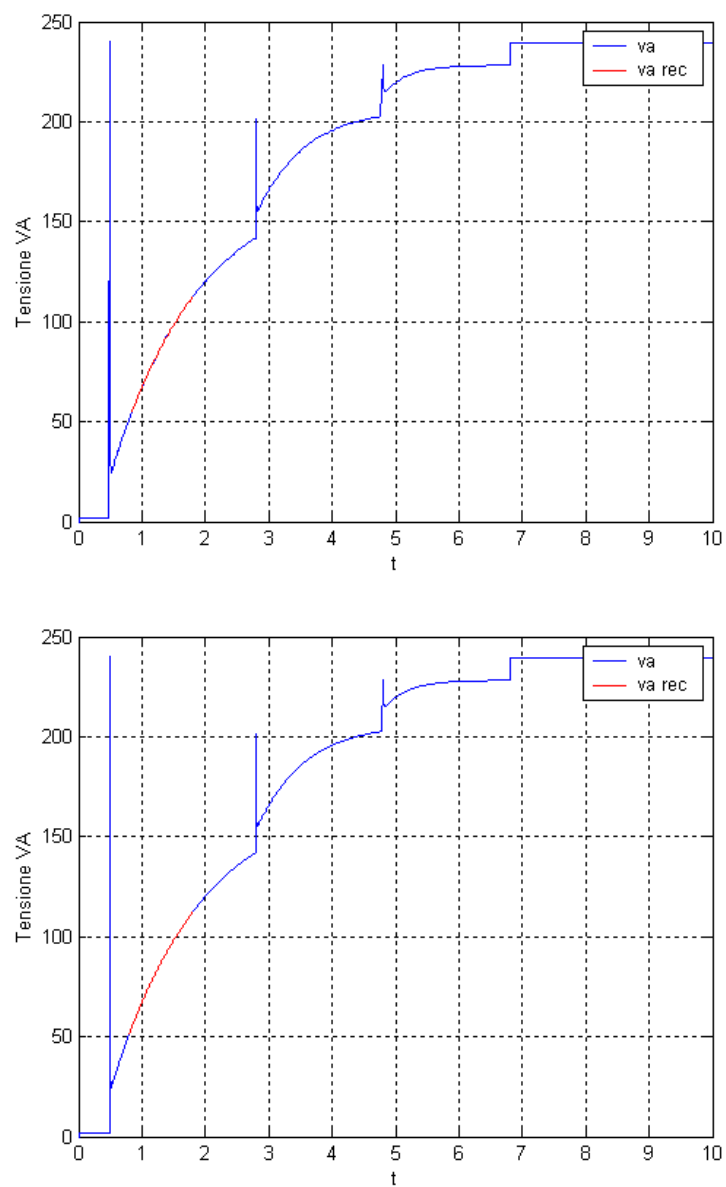
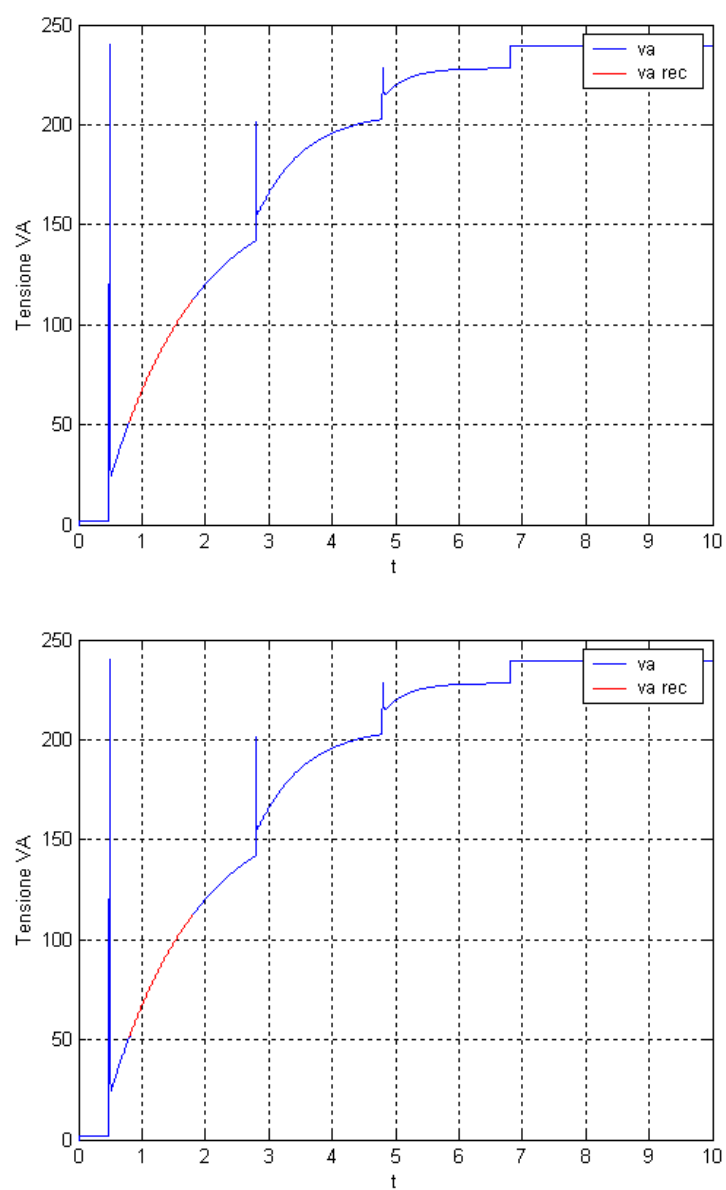


Figura 2.29: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.30: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

### 2.4.4 Analisi su un transitorio di 1 secondo tratto continuo in presenza di rumore bianco

Corrente di armatura  $i_a(t)$

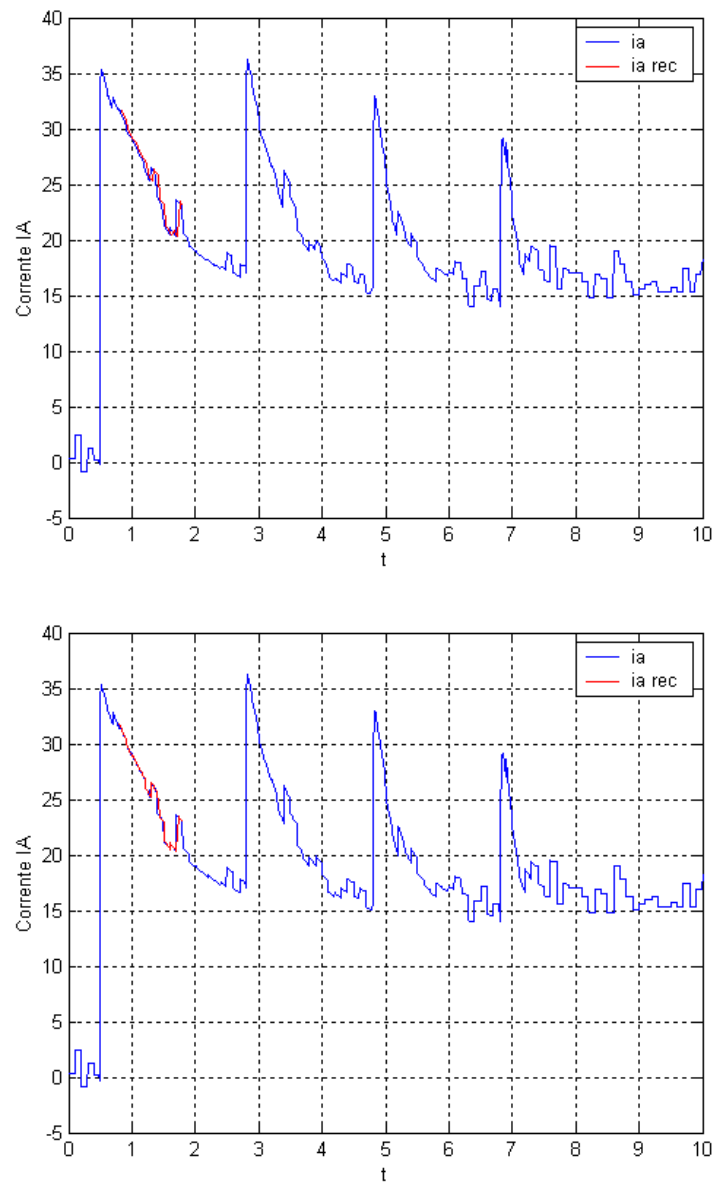
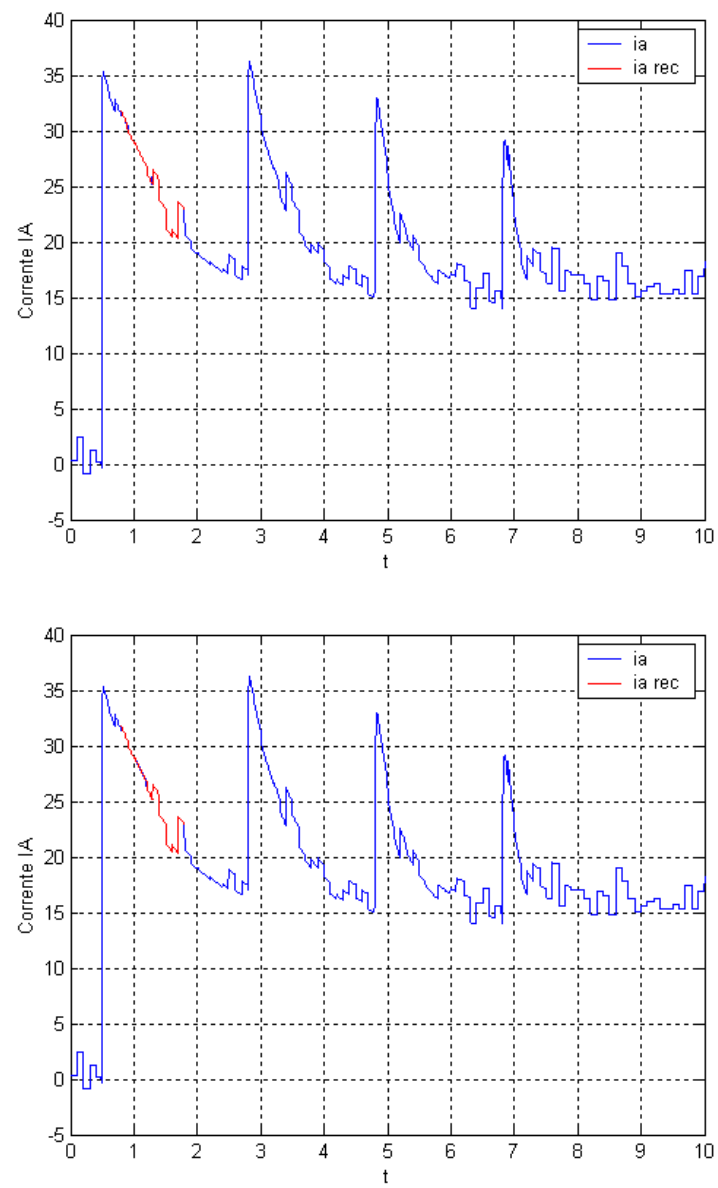


Figura 2.31: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.32: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Derivata della corrente di armatura  $\frac{di_a(t)}{dt}$**

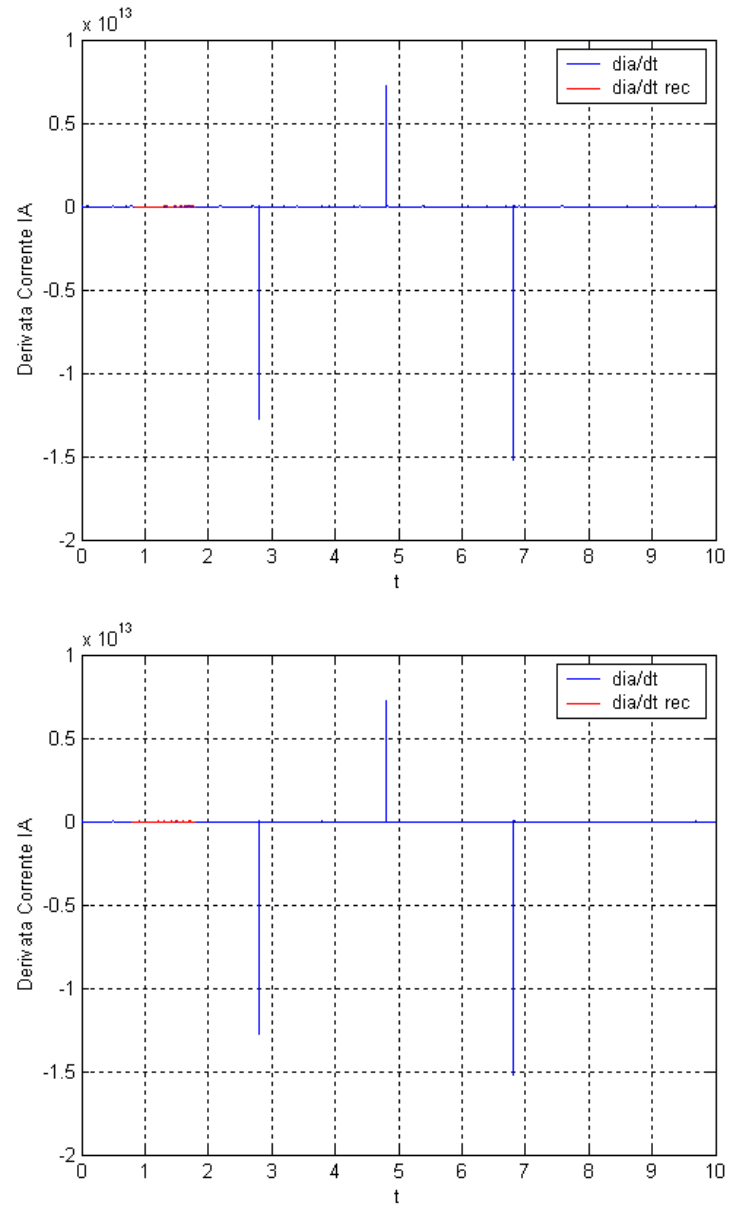
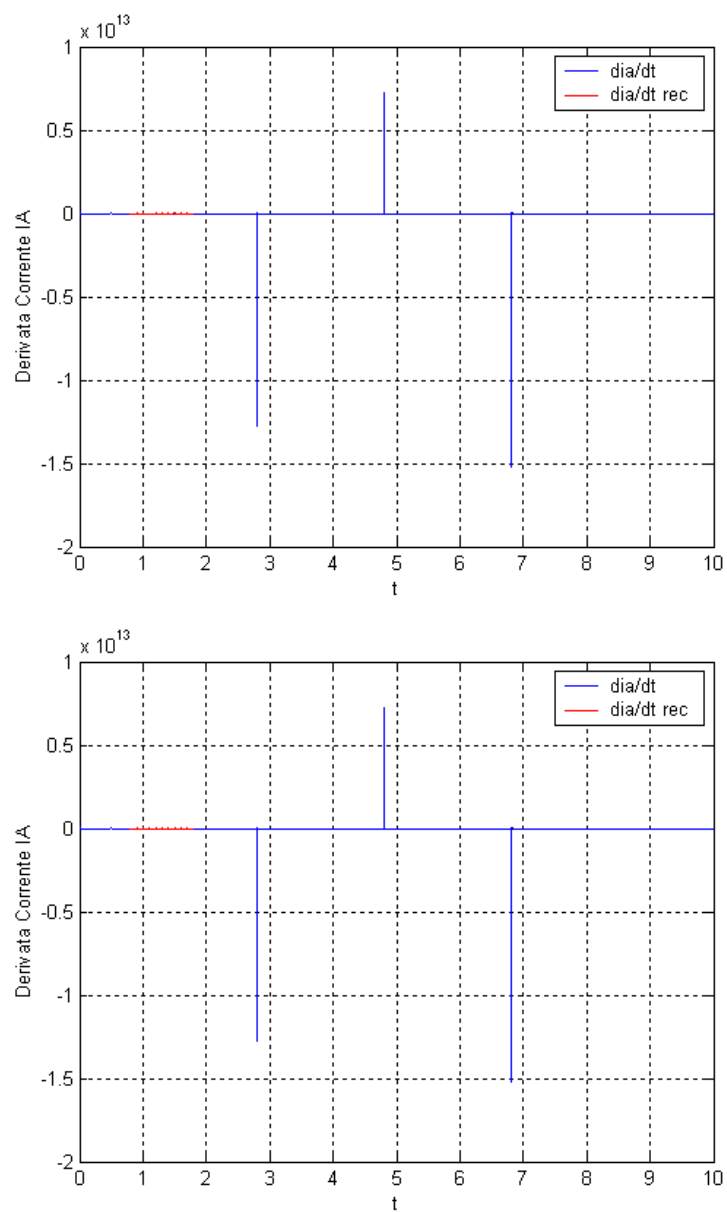


Figura 2.33: Risoluzione  $m = 5, m = 8$



Figura 2.34: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Tensione di armatura  $v_a(t)$**

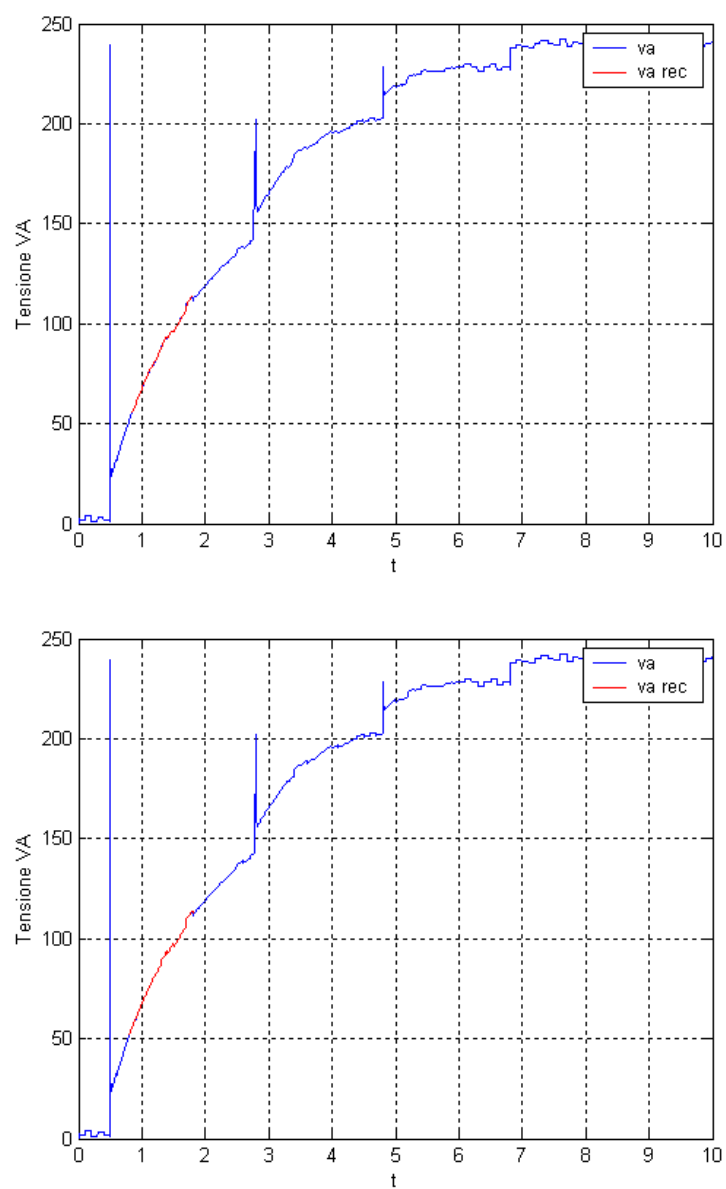
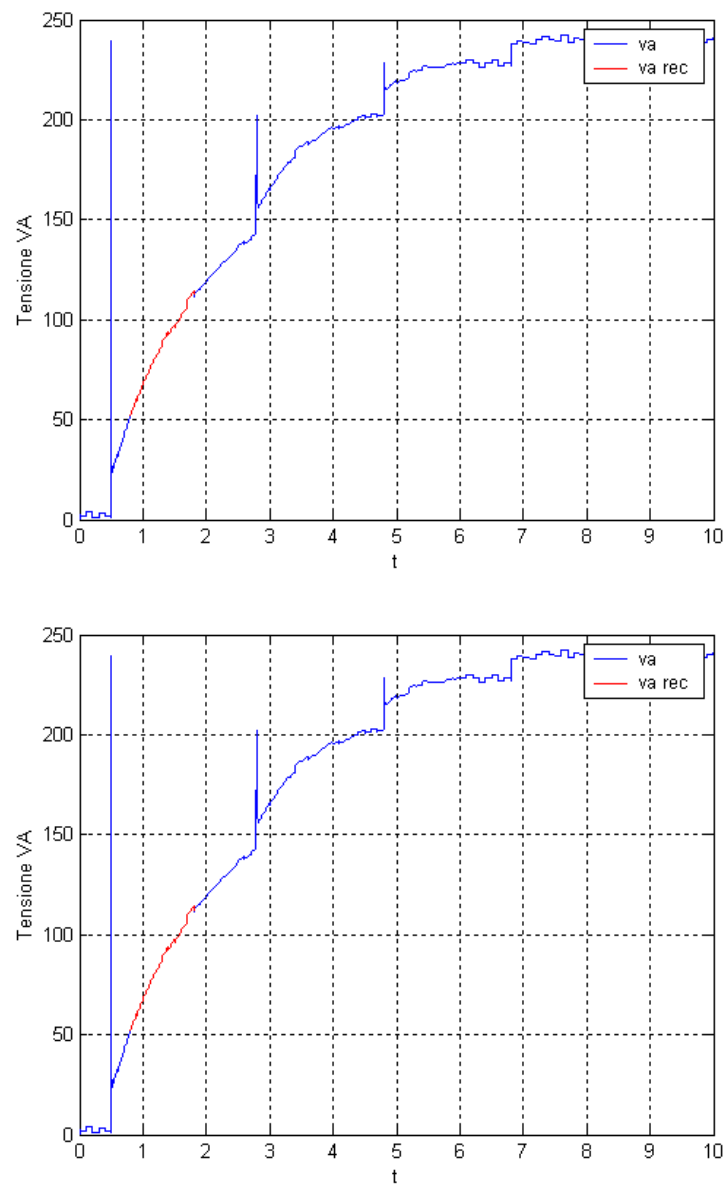


Figura 2.35: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.36: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

### 2.4.5 Analisi su un transitorio di 1 secondo tratto discontinuo

Corrente di armatura  $i_a(t)$

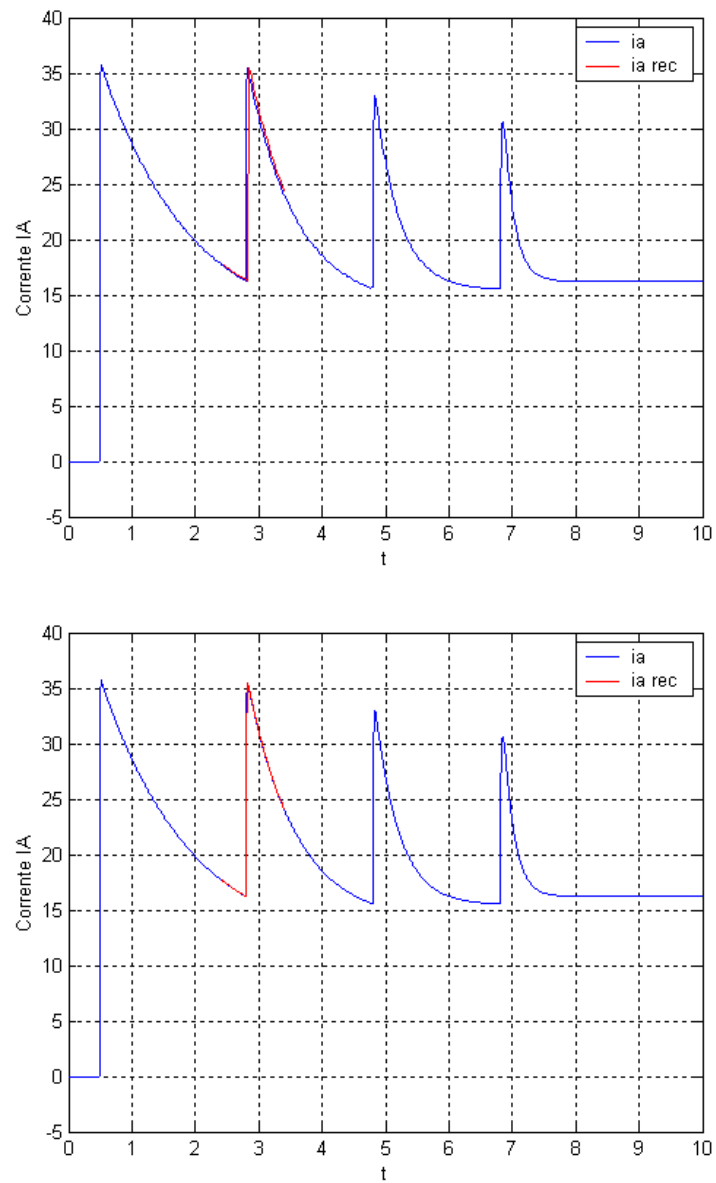
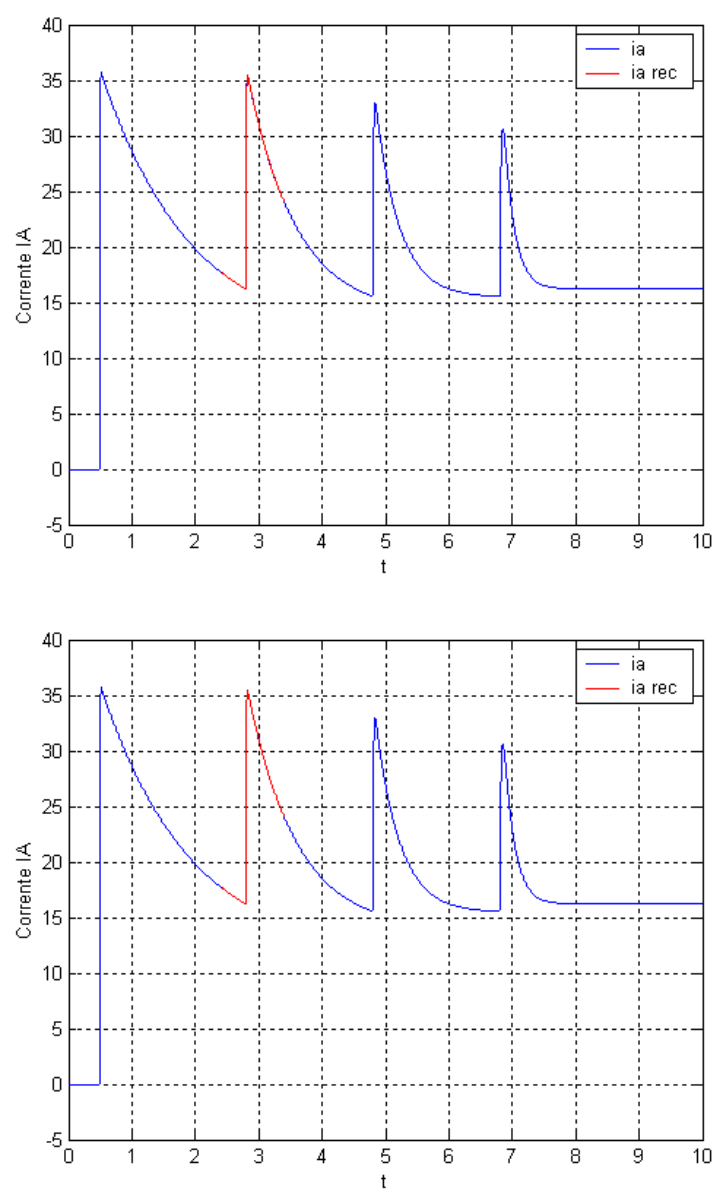


Figura 2.37: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.38: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Derivata della corrente di armatura  $\frac{di_a(t)}{dt}$**

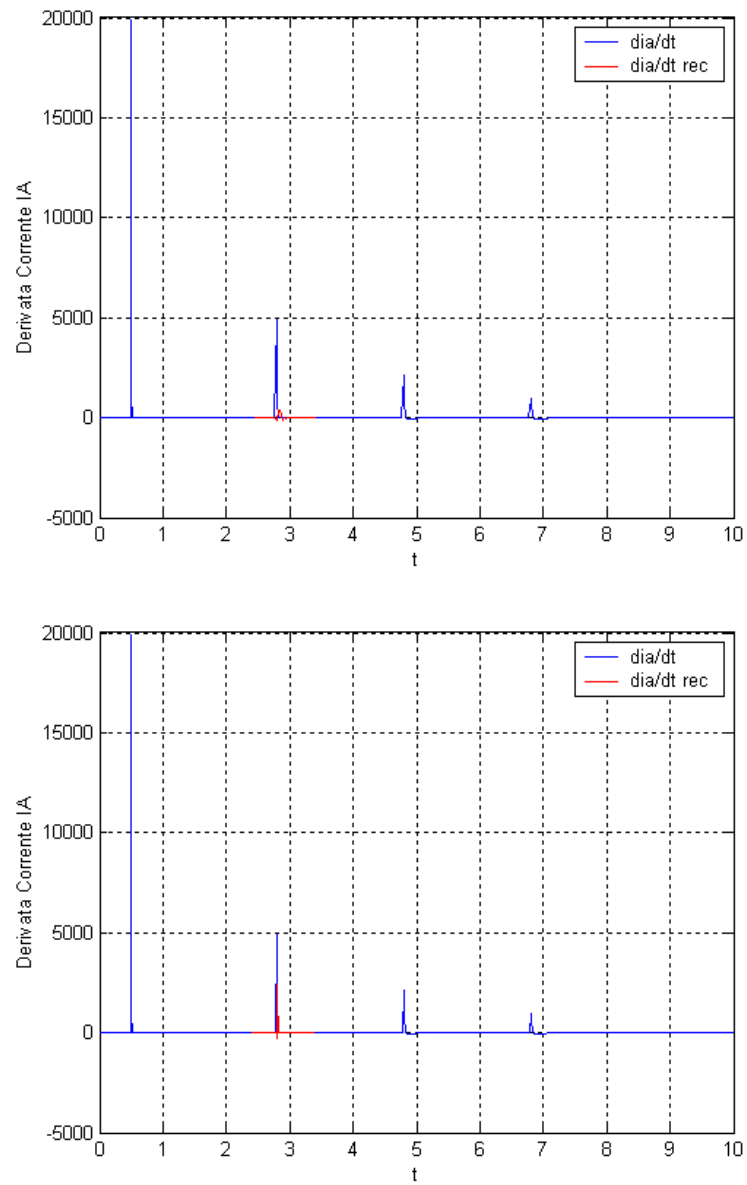
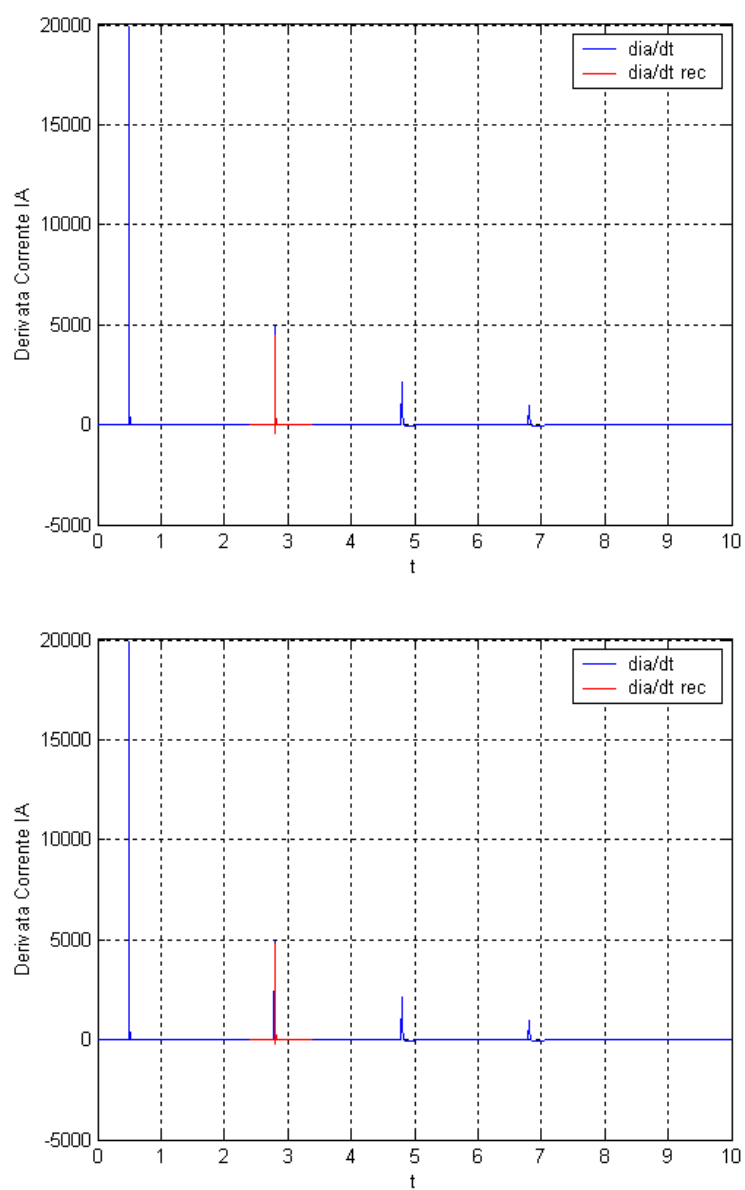


Figura 2.39: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.40: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Tensione di armatura  $v_a(t)$**

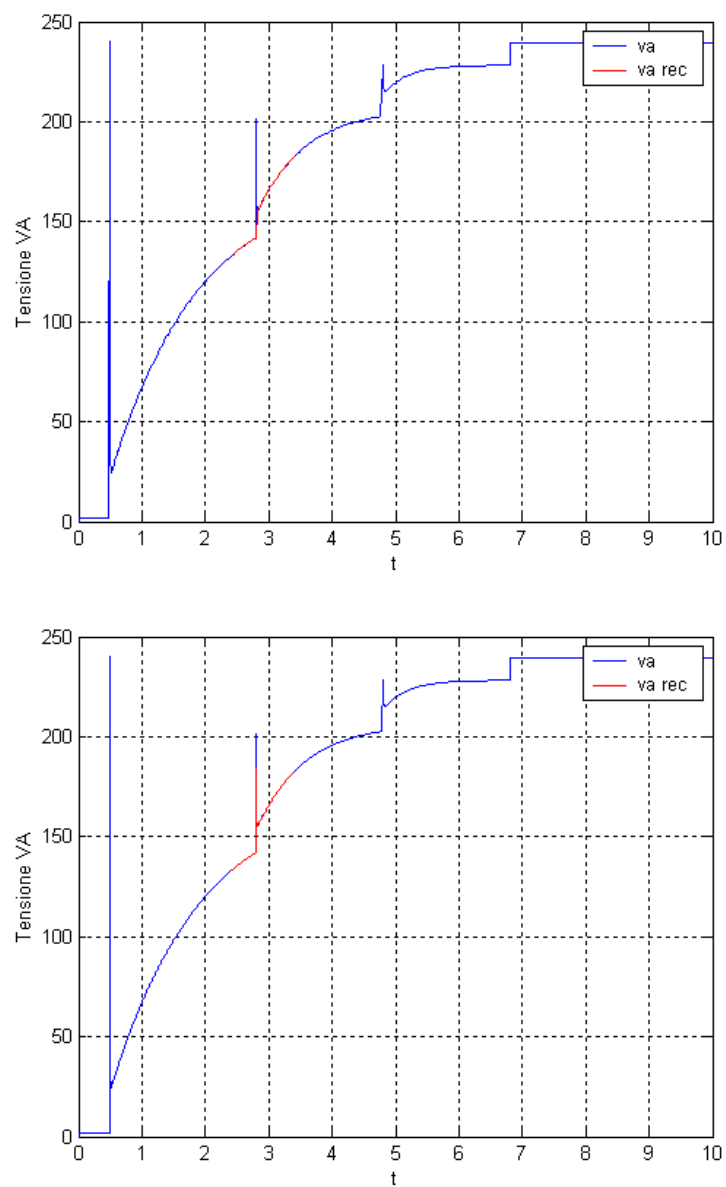
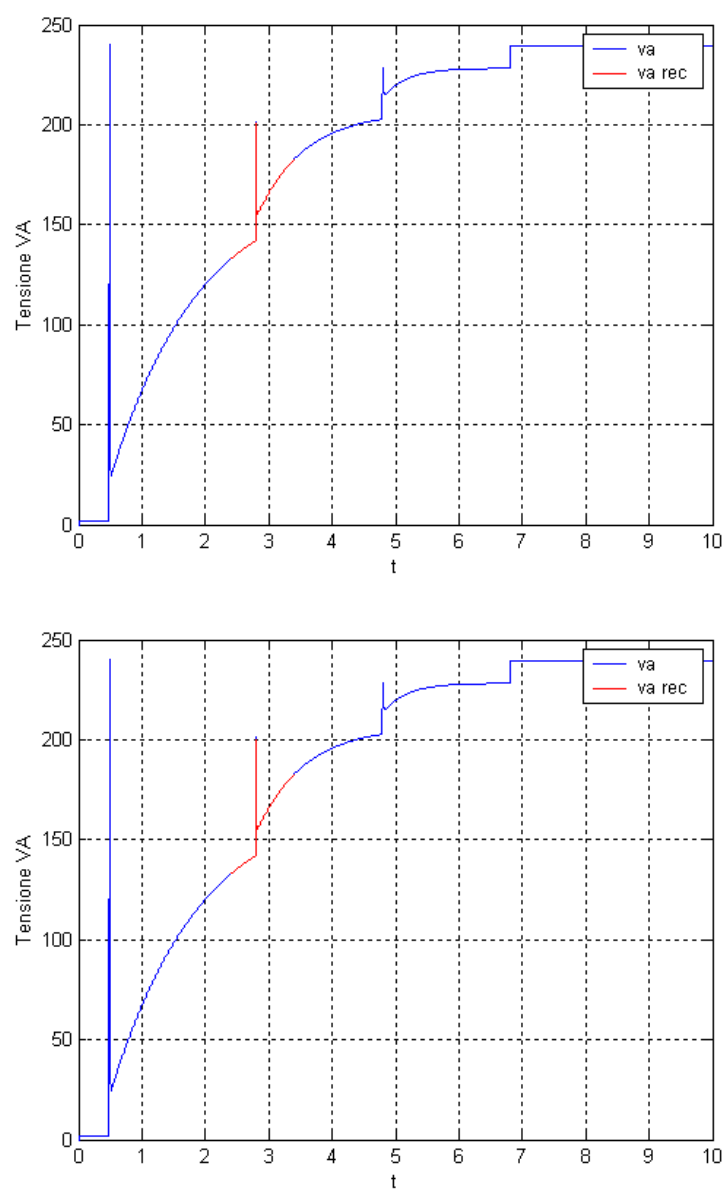


Figura 2.41: Risoluzione  $m = 5, m = 8$



Figura 2.42: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

### 2.4.6 Analisi su un transitorio di 1 secondo tratto discontinuo in presenza di rumore bianco

Corrente di armatura  $i_a(t)$

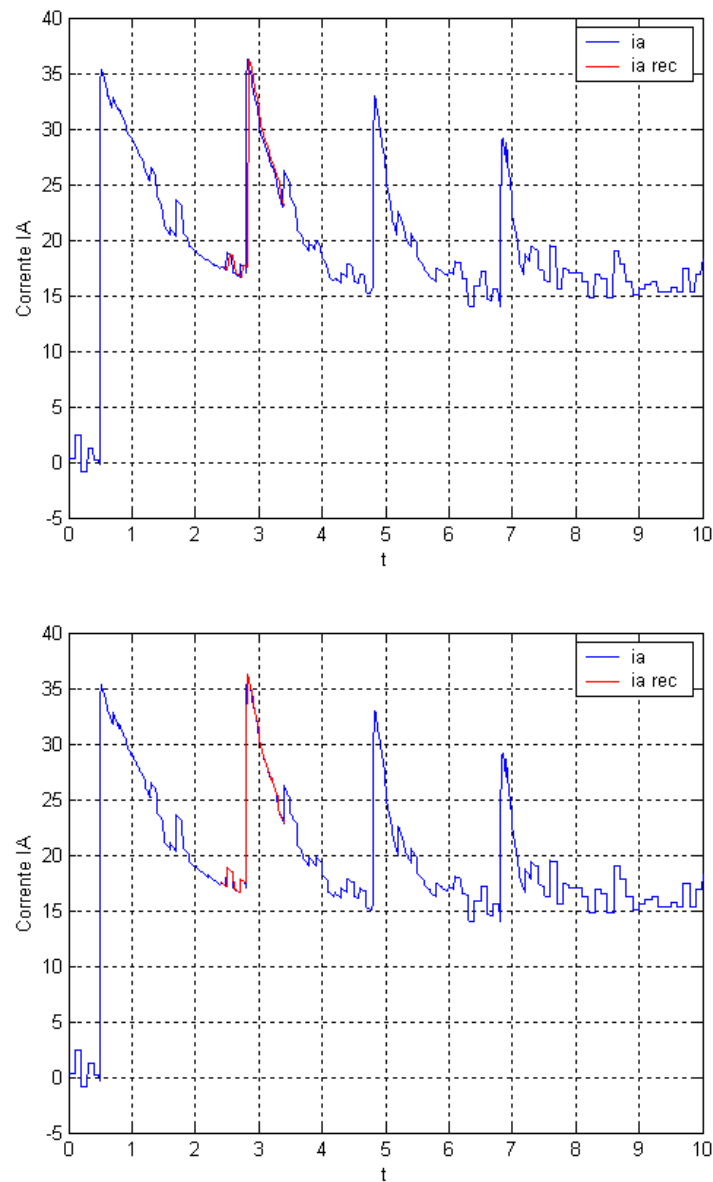
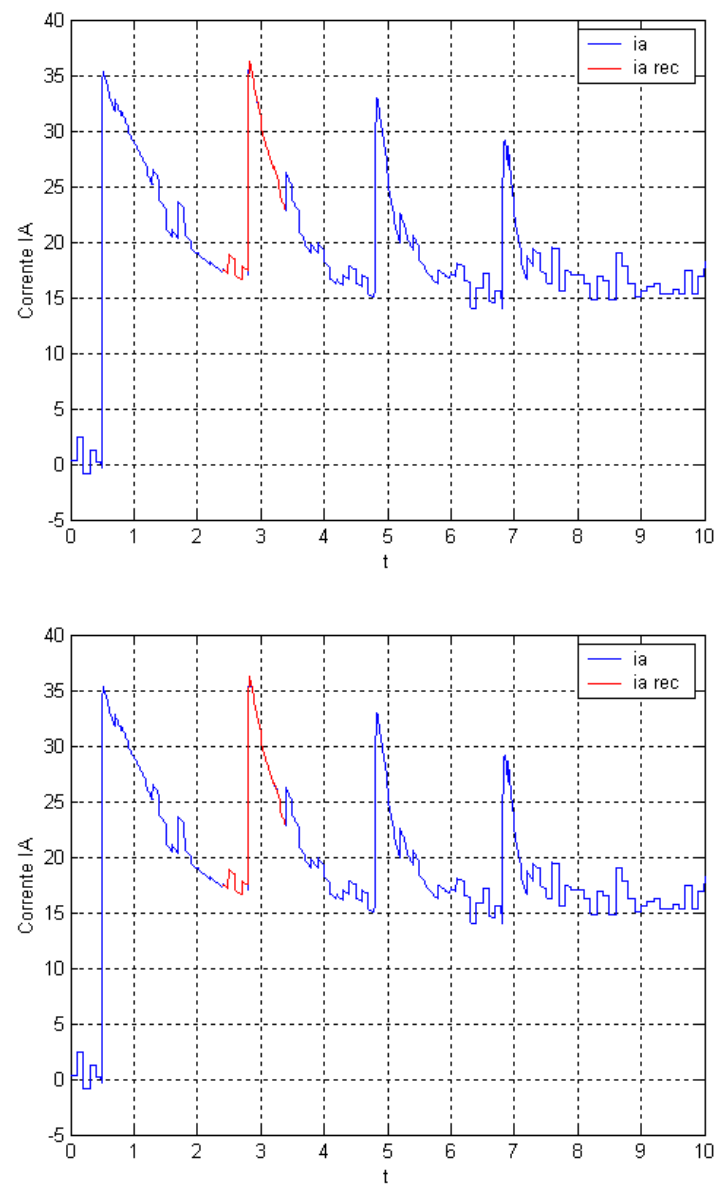


Figura 2.43: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.44: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Derivata della corrente di armatura  $\frac{di_a(t)}{dt}$**

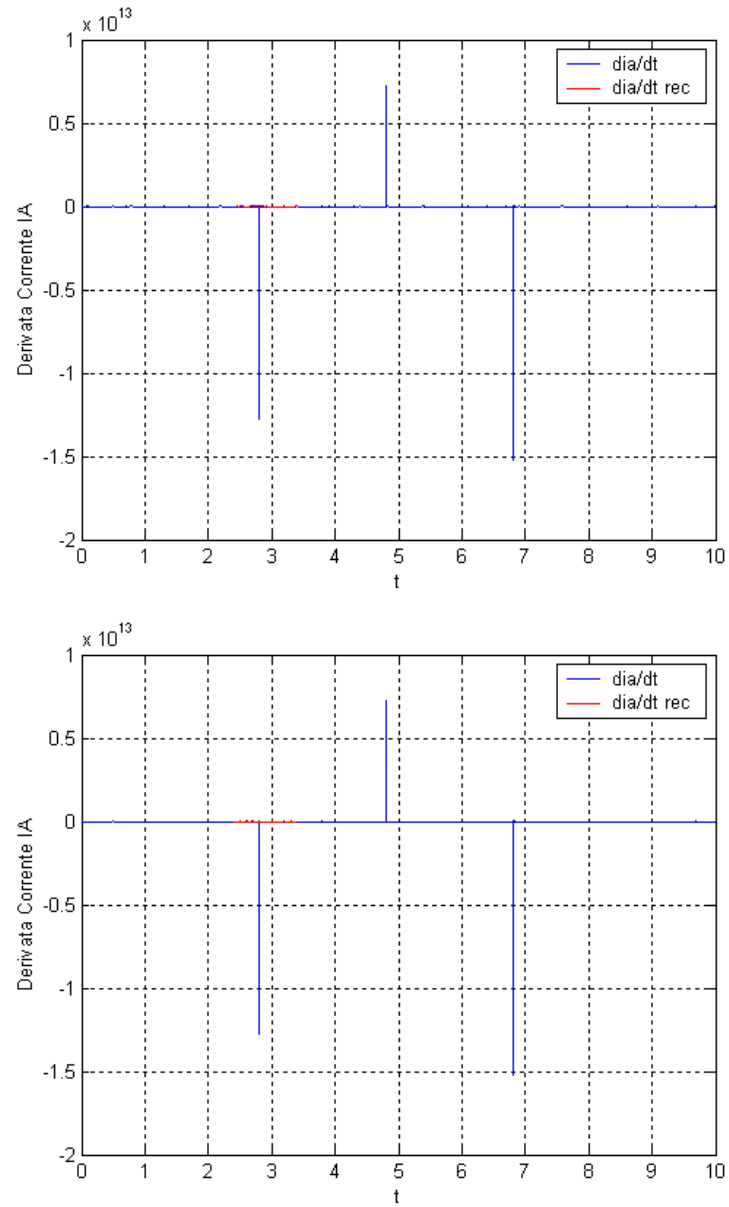
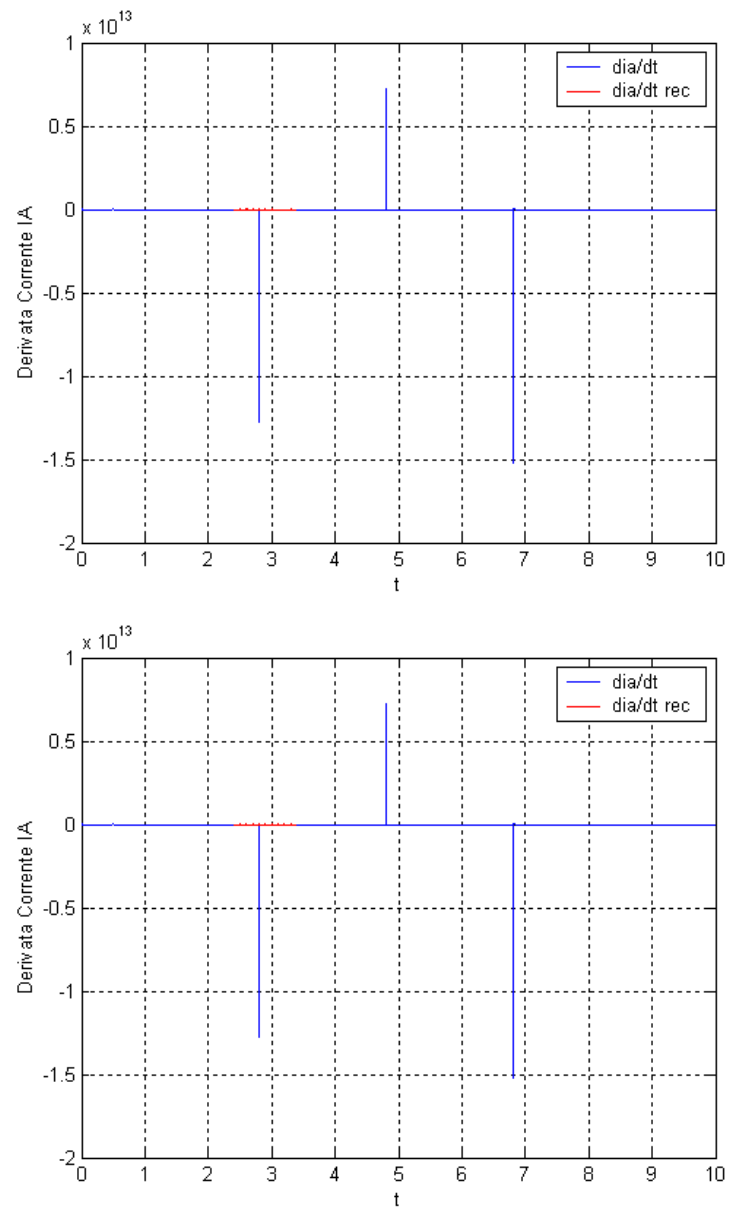


Figura 2.45: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.46: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Tensione di armatura  $v_a(t)$**

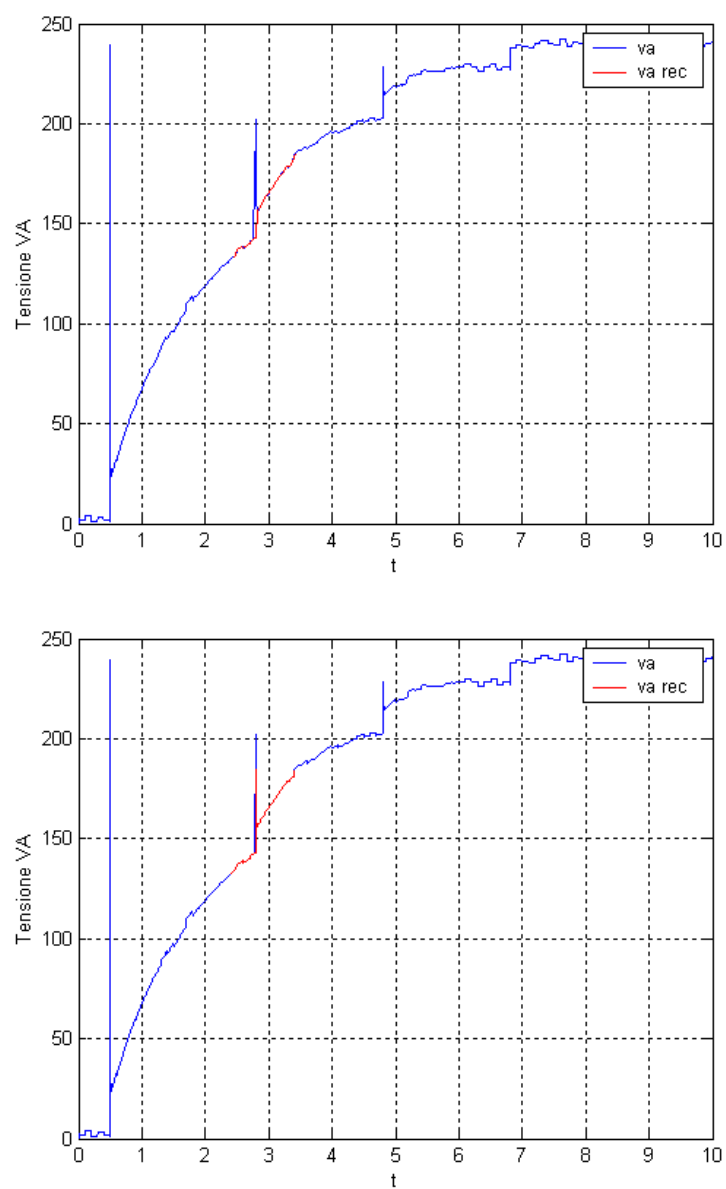
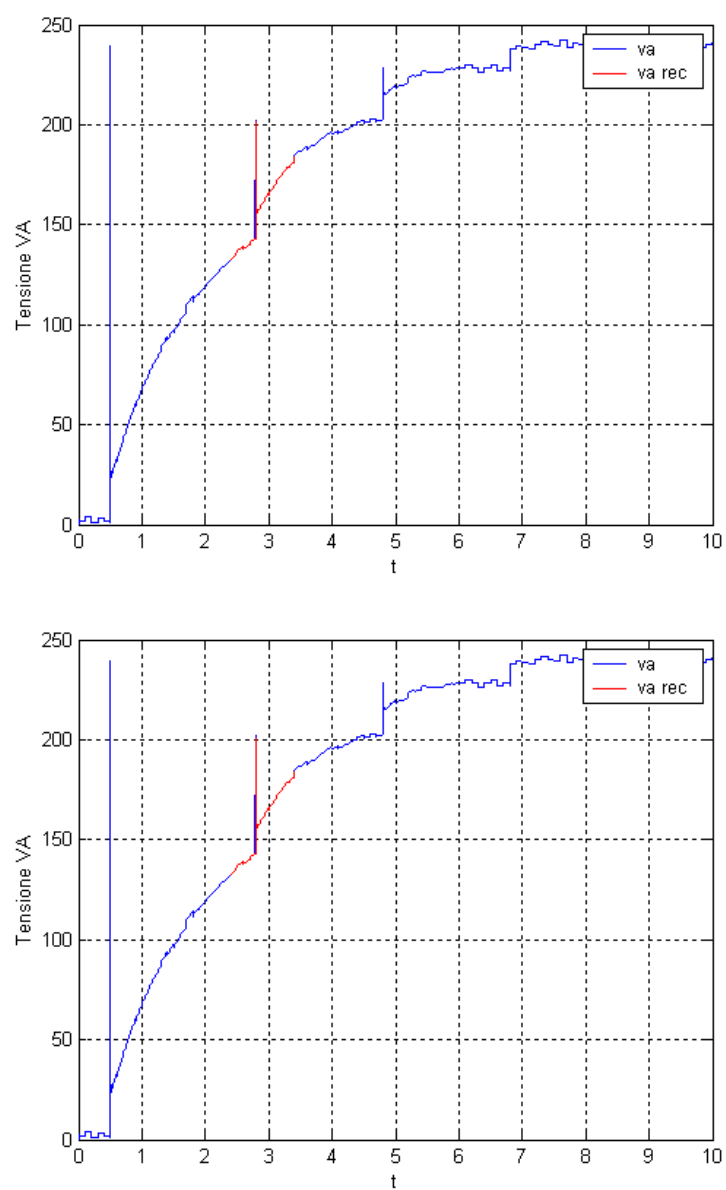


Figura 2.47: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

Figura 2.48: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

## 2.5 Parametri stimati

Di seguito vengono riportati i valori stimati dei parametri, in tutti i casi di analisi, e l'errore in percentuale rispetto al valore reale; tale errore viene omissso se supera il 100% o se il parametro stimato è negativo.

### 2.5.1 Equazioni con operatore differenziale con coppia meccanica resistiva

#### Intervallo di 10 secondi

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 $H$ )	$L_{af}$ (1.8 $H$ )
m=5	5.9189971e-001 (1.350%)	5.6676229e-003 (52.769%)	1.8007970 (0.044%)
m=6	5.9419912e-001 (0.966%)	3.1471189e-003 (73.774%)	1.8008009 (0.044%)
m=7	5.9330868e-001 (1.115%)	8.0550908e-003 (32.874%)	1.8019464 (0.108%)
m=8	5.9423497e-001 (0.960%)	1.5472394e-003 (87.106%)	1.8004555 (0.025%)
m=9	5.9439486e-001 (0.934%)	1.8422459e-003 (84.647%)	1.8005478 (0.030%)
m=10	5.9617163e-001 (0.638%)	2.5372179e-003 (78.856%)	1.8004024 (0.022%)
m=11	6.0000839e-001(0.001%)	6.0608895e-003 (49.492%)	1.7998987 (0.005%)
m=12	5.9956921e-001 (0.071%)	1.6348263e-002 (36.235%)	1.8001385 (0.007%)

#### Intervallo di 10 secondi con rumore bianco

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 $H$ )	$L_{af}$ (1.8 $H$ )
m=5	6.1451142e-001 (2.418%)	-7.1637793e-003 (-%)	1.7954221 (0.254%)
m=6	5.9671713e-001 (0.547%)	4.4378896e-003 (63.017%)	1.7999689 (0.001%)
m=7	5.9340083e-001 (1.099%)	7.2453214e-003 (39.622%)	1.8018369 (0.102%)
m=8	5.9580365e-001 (0.699%)	9.0528569e-004 (92.455%)	1.7992760 (0.040%)
m=9	5.9508948e-001 (0.818%)	1.5092403e-003 (87.422%)	1.7997430 (0.014%)
m=10	5.9650762e-001 (0.582%)	2.2094367e-003 (81.588%)	1.7995161 (0.026%)
m=11	6.0109531e-001 (0.182%)	5.2250564e-003 (56.457%)	1.7989919 (0.056%)
m=12	6.0177797e-001 (0.296%)	1.2608600e-002 (5.071%)	1.7990099 ( 0.055%)



**Intervallo di 1 secondo, tratto continuo**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.8507459e-001 (2.487%)	2.8899879e-007 (-%)	1.8018964 (0.105%)
m=6	5.8960354e-001 (1.732%)	-3.2203407e-008 (-%)	1.8013209 (0.073%)
m=7	5.9186977e-001 (1.355%)	-1.6994019e-009 (-%)	1.8010330 (0.057%)
m=8	5.9300328e-001 (1.166%)	-2.5967806e-010 (-%)	1.8008890 (0.049%)
m=9	5.9357014e-001 (1.071%)	-1.9224263e-011 (-%)	1.8008169 (0.045%)
m=10	5.9385360e-001 (1.024%)	-1.8268017e-012 (-%)	1.8007809 (0.043%)
m=11	5.9399533e-001 (1.000%)	-3.7310211e-013 (-%)	1.8007629 (0.042%)
m=12	5.9406620e-001 (0.988%)	-1.1221840e-013 (-%)	1.8007539 (0.041%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto continuo con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.1150564e-001 (14.749%)	-1.7599958e-002 (-%)	1.8455408 (2.530%)
m=6	5.3009852e-001 (11.650%)	-1.2631226e-002 (-%)	1.8341224 (1.895%)
m=7	5.3537144e-001 (10.771%)	-6.3088690e-003 (-%)	1.8331832 (1.843%)
m=8	5.3788574e-001 (10.352%)	-3.1665539e-003 (-%)	1.8331472 (1.841%)
m=9	5.4079431e-001 (9.867%)	-1.5767895e-003 (-%)	1.8317703 (1.765%)
m=10	5.4227507e-001 (9.620%)	-7.8599540e-004 (-%)	1.8309729 (1.720%)
m=11	5.4260459e-001 (9.565%)	-3.9299424e-004 (-%)	1.8309119 (1.717%)
m=12	5.4276276e-001 (9.539%)	-1.9654374e-004 (-%)	1.8309084 (1.717%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	4.7416757e-001 (20.972%)	1.3075243e-002 (8.960%)	1.8367228 (2.040%)
m=6	4.0715221e-001 (32.141%)	9.7503206e-003 (18.747%)	1.8650432 (3.613%)
m=7	5.4854106e-001 (8.576%)	7.0878932e-003 (40.934%)	1.8147296 (0.818%)
m=8	5.5428895e-001 (7.618%)	1.0696191e-002 (10.865%)	1.8142227 (0.790%)
m=9	5.7636603e-001 (3.938%)	1.0601681e-002 (11.652%)	1.8071641 (0.398%)
m=10	5.7992072e-001 (3.346%)	9.9969421e-003 (16.692%)	1.8066224 (0.367%)
m=11	5.9420580e-001 (0.965%)	1.1351487e-002 (5.404%)	1.8017116 (0.095%)
m=12	5.9581138e-001 (0.698%)	1.1780188e-002 (1.831%)	1.8013155 (0.073%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.0214738e-001 (16.308%)	1.0442950e-002 (12.975%)	1.8267200 (1.484%)
m=6	4.3642451e-001 (27.262%)	6.6129164e-003 (44.892%)	1.8550261 (3.057%)
m=7	5.4973876e-001 (8.376%)	6.1990049e-003 (48.341%)	1.8130723 (0.726%)
m=8	5.5140807e-001 (8.098%)	9.2412850e-003 (22.989%)	1.8140632 (0.781%)
m=9	5.6981088e-001 (5.031%)	9.0883212e-003 (24.263%)	1.8082232 (0.456%)
m=10	5.7346661e-001 ( 4.422%)	7.5026523e-003 (37.477%)	1.8076914 ( 0.427%)
m=11	5.8697617e-001 (2.170%)	8.0087005e-003 (33.260%)	1.8030612 (0.170%)
m=12	5.8973159e-001 (1.711%)	6.3373762e-003 (47.188%)	1.8024131 (0.134%)

## 2.5.2 Equazioni con operatore integrale con coppia meccanica resistiva

### Intervallo di 10 secondi

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.8860297e-001 (1.899%)	-1.1194153e-002 (-%)	1.8010271 (0.057%)
m=6	5.8588482e-001 (2.352%)	-2.7561689e-003 (-%)	1.8021888 (0.121%)
m=7	5.9620051e-001 (0.633%)	-7.3636009e-003 (-%)	1.8016706 (0.092%)
m=8	5.9229939e-001 (1.283%)	1.0023448e-003 (91.647%)	1.8007228 (0.040%)
m=9	5.9217688e-001 (1.303%)	1.9884669e-003 (83.429%)	1.8009039 (0.050%)
m=10	5.9452503e-001 (0.912%)	1.3011529e-003 (89.157%)	1.8006616 (0.036%)
m=11	5.9617976e-001 (0.636%)	6.5974878e-003 (45.020%)	1.8005771 (0.032%)
m=12	6.0125556e-001 (0.209%)	1.5332396e-002 (27.769%)	1.7998358 (0.009%)

### Intervallo di 10 secondi con rumore bianco

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	6.1718933e-001 (2.864%)	-3.5601262e-002 (-%)	1.7944800 (0.306%)
m=6	5.9616499e-001 (0.639%)	-3.3540380e-002 (-%)	1.7994945 (0.028%)
m=7	6.0492643e-001 (0.821%)	-3.1670626e-002 (-%)	1.7999440 (0.003%)
m=8	6.0743222e-001 (1.238%)	-2.4297311e-002 (-%)	1.7967447 (0.180%)
m=9	6.0498357e-001 (0.830%)	-1.8654119e-002 (-%)	1.7977506 (0.124%)
m=10	6.0760666e-001 (1.267%)	-1.9669613e-002 (-%)	1.7972850 (0.150%)
m=11	6.0956381e-001 (1.593%)	-1.3891411e-002 (-%)	1.7972765 (0.151%)
m=12	6.1511238e-001 (2.518%)	-5.8940505e-003 (-%)	1.7964655 (0.148%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto continuo**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.8507447e-001 (2.487%)	-1.5868393e-009 (-%)	1.8018964 (0.105%)
m=6	5.8960356e-001 (1.732%)	-9.5554262e-011 (-%)	1.8013209 (0.073%)
m=7	5.9186977e-001 (1.355%)	-2.8265343e-012 (-%)	1.8010330 (0.057%)
m=8	5.9300328e-001 (1.166%)	-6.8262229e-014 (-%)	1.8008890 (0.049%)
m=9	5.9357014e-001 (1.071%)	-8.1703429e-014 (-%)	1.8008169 (0.045%)
m=10	5.9385360e-001 (1.024%)	-3.8913075e-014 (-%)	1.8007809 (0.043%)
m=11	5.9399533e-001 (1.000%)	5.8760361e-015 (-%)	1.8007629 (0.042%)
m=12	5.9406620e-001 (9.88%)	2.3651290e-015 (-%)	1.8007539 (0.041%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto continuo con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	4.8705450e-001 (18.824%)	3.1359189e-003 (73.867%)	1.8689316 (3.829%)
m=6	5.0205489e-001 (16.324%)	2.4851330e-003 (79.290%)	1.8605116 (3.361%)
m=7	5.0307372e-001 (16.154%)	2.7858458e-003 (76.784%)	1.8606955 (3.371%)
m=8	5.0321654e-001 (16.130%)	2.9400313e-003 (75.499%)	1.8614432 (3.413%)
m=9	5.0469191e-001 (15.884%)	2.8758988e-003 (76.034%)	1.8608722 (3.381%)
m=10	5.0553489e-001 (15.744%)	2.8436090e-003 (76.303%)	1.8604115 (3.356%)
m=11	5.0556615e-001 (15.738%)	2.8660974e-003 (76.115%)	1.8604461 (3.358%)
m=12	5.0553983e-001 (15.743%)	2.8786051e-003 (76.011%)	1.8605188 (3.362%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	6.0828193e-001 (1.380%)	6.1524469e-003 (48.729%)	1.7958077 (0.232%)
m=6	6.9288665e-001 (1.548%)	1.4144851e-002 (17.873%)	1.7758618 (1.341%)
m=7	6.1157944e-001 (1.929%)	3.6960337e-003 (69.199%)	1.7950791 (0.273%)
m=8	6.3408345e-001 (5.680%)	5.4220921e-003 (54.815%)	1.7891733 (0.601%)
m=9	6.2947284e-001 (4.912%)	4.7183685e-003 (60.680%)	1.7904501 (0.530%)
m=10	6.3793963e-001 (6.323%)	5.3943858e-003 (55.046%)	1.7882033 (0.655%)
m=11	6.3073506e-001 (5.122%)	4.6447298e-003 (61.293%)	1.7901465 (0.547%)
m=12	6.3279545e-001 (5.465%)	4.8067090e-003 (59.944%)	1.7895946 (0.578%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 $H$ )	$L_{af}$ (1.8 $H$ )
m=5	6.5506330e-001 (9.177%)	-2.3418605e-003 (-%)	1.7792226 (1.154%)
m=6	7.4042677e-001 (23.404%)	4.4575854e-003 (-%)	1.7587461 (2.291%)
m=7	6.3387675e-001 (5.646%)	-4.9371292e-003 (-%)	1.7856517 (0.797%)
m=8	6.5132060e-001 (8.553%)	-3.9157436e-003 (-%)	1.7814794 (1.028%)
m=9	6.4399698e-001 (7.332%)	-4.3843075e-003 (-%)	1.7836382 (0.908%)
m=10	6.5334257e-001 (8.890%)	-3.7810513e-003 (-%)	1.7810780 (1.051%)
m=11	6.4470718e-001 (7.451%)	-4.4451163e-003 (-%)	1.7834543 (0.919%)
m=12	6.4663490e-001 (7.772%)	-4.3217831e-003 (-%)	1.7829496 (0.947%)

### 2.5.3 Equazioni con operatore differenziale senza coppia meccanica resistiva

**Intervallo di 10 secondi**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.9342633e-001 (1.095%)	6.4635232e-003 (46.137%)	1.7999639 (0.002%)
m=6	5.9279065e-001 (1.201%)	2.2649487e-003 (81.125%)	1.7999063 (0.005%)
m=7	5.9279304e-001 (1.201%)	4.1894007e-004 (96.508%)	1.8001368 (0.007%)
m=8	5.9413081e-001 (0.978%)	6.9956469e-004 (94.170%)	1.7998374 (0.009%)
m=9	5.9410084e-001 (0.983%)	6.7440503e-004 (94.379%)	1.7998505 (0.008%)
m=10	5.9527248e-001 (0.787%)	1.1543657e-003 (90.380%)	1.7998933 (0.005%)
m=11	5.9904670e-001 (0.158%)	5.2433105e-003 (56.305%)	1.7998466 (0.008%)
m=12	6.0039710e-001 (0.066%)	1.6979091e-002 (41.492%)	1.8000972 (0.005%)

**Intervallo di 10 secondi con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	6.0847051e-001 (1.411%)	-4.0891111e-003 (-%)	1.7979594 (0.113%)
m=6	5.9042766e-001 (1.595%)	2.3677827e-004 (98.026%)	1.7996541 (0.019%)
m=7	5.8704300e-001 (2.159%)	-2.3299324e-004 (-%)	1.8003362 (0.018%)
m=8	5.9142107e-001 (1.429%)	-2.7975822e-004 (-%)	1.7991737 (0.045%)
m=9	5.8988837e-001 (1.685%)	2.4452353e-004 (97.962%)	1.7994546 (0.030%)
m=10	5.9074398e-001 (1.542%)	8.2917864e-004 (93.090%)	1.7993854 (0.034%)
m=11	5.9491029e-001 (0.848%)	4.3285766e-003 (63.928%)	1.7994095 (0.032%)
m=12	5.9676646e-001 (0.538%)	1.2487579e-002 (4.063%)	1.7995649 (0.024%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto continuo**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	6.0847051e-001 (2.481%)	-4.0891111e-003 (-%)	1.7979594 (0%)
m=6	5.9042766e-001 (1.730%)	2.3677827e-004 (-%)	1.7996541 (0%)
m=7	5.8704300e-001 (1.354%)	-2.3299324e-004 (-%)	1.8003362 (0%)
m=8	5.9142107e-001 (1.165%)	-2.7975822e-004 (-%)	1.7991737 (0%)
m=9	5.8988837e-001 (1.071%)	2.4452353e-004 (-%)	1.7994546 (0%)
m=10	5.9074398e-001 (1.023%)	8.2917864e-004 (-%)	1.7993854 (0%)
m=11	5.9491029e-001 (1.000%)	4.3285766e-003 (-%)	1.7994095 (0%)
m=12	5.9676646e-001 (0.988%)	1.2487579e-002 (-%)	1.7995649 (0%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto continuo con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.1676223e-001 (13.872%)	-1.7652683e-002 (-%)	1.8342330 (1.901%)
m=6	5.3439778e-001 (10.933%)	-1.2640257e-002 (-%)	1.8254301 (1.412%)
m=7	5.3933265e-001 (10.111%)	-6.3287477e-003 (-%)	1.8253591 (1.408%)
m=8	5.4175446e-001 (9.707%)	-3.1801669e-003 (-%)	1.8256764 (1.426%)
m=9	5.4455210e-001 (9.241%)	-1.5842326e-003 (-%)	1.8246775 (1.370%)
m=10	5.4596499e-001 ( 9.005%)	-7.8987785e-004 (-%)	1.8240870 (1.338%)
m=11	5.4627858e-001 (8.953%)	-3.9499214e-004 (-%)	1.8240789 (1.337%)
m=12	5.4643224e-001 (8.927%)	-1.9755654e-004 (-%)	1.8240972 (1.338%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	4.7121280e-001 (21.464%)	1.3230746e-002 (10.256%)	1.8202526 (11.251%)
m=6	4.2116951e-001 (29.805%)	1.0028766e-002 (16.426%)	1.8338995 (1.883%)
m=7	5.4726500e-001 (8.789%)	7.1048637e-003 (40.792%)	1.8079750 (0.443%)
m=8	5.5444751e-001 (7.592%)	1.0719269e-002 (10.672%)	1.8077955 (0.433%)
m=9	5.7616619e-001 (3.972%)	1.0610371e-002 (11.580%)	1.8039285 (0.218%)
m=10	5.8130544e-001 (3.115%)	1.0004052e-002 (16.632%)	1.8033730 (0.187%)
m=11	5.9416765e-001 (0.972%)	1.1353180e-002 (5.390%)	1.8009175 (0.050%)
m=12	5.9585739e-001 (0.690%)	1.1781663e-002 (1.819%)	1.8007145 (0.039%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 $H$ )	$L_{af}$ (1.8 $H$ )
m=5	4.4775345e-001 (25.374%)	9.4667675e-003 (21.110%)	1.8228834 (1.271%)
m=6	3.9818096e-001 (33.636%)	5.6202723e-003 (53.164%)	1.8367570 (2.042%)
m=7	4.7741671e-001 (20.430%)	5.7774030e-003 (51.854%)	1.8189618 (1.053%)
m=8	4.7625809e-001 (20.623%)	8.4467158e-003 (29.610%)	1.8203708 (1.131%)
m=9	4.9221586e-001 (17.964%)	8.1318776e-003 (32.234%)	1.8175743 ( 0.976%)
m=10	4.9776291e-001 (17.039%)	6.2500958e-003 (47.915%)	1.8169057 (0.939%)
m=11	5.0939704e-001 (15.100%)	6.2150972e-003 (48.207%)	1.8146306 (0.812%)
m=12	5.1368500e-001 (14.385%)	4.3697348e-003 (63.585%)	1.8139162 (0.773%)



### 2.5.4 Equazioni con operatore integrale senza coppia meccanica resistiva

**Intervallo di 10 secondi**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.8685480e-001 (2.190%)	-1.0578833e-002 (-%)	1.7997424 (0.014%)
m=6	5.8913767e-001 (1.810%)	-4.6963085e-003 (-%)	1.7998483 (0.008%)
m=7	5.9144379e-001 (1.426%)	-3.2419698e-003 (-%)	1.8001476 (0.008%)
m=8	5.9232939e-001 (1.278%)	1.1285462e-003 (90.595%)	1.7998865 (0.006%)
m=9	5.9273380e-001 (1.211%)	1.8371343e-003 (84.690%)	1.7999018 (0.005%)
m=10	5.9425870e-001 (0.956%)	1.0097272e-003 (91.585%)	1.7999058 (0.005%)
m=11	5.9647985e-001 (0.586%)	6.4326028e-003 (46.394%)	1.7999613 (0.002%)
m=12	6.0154840e-001 (0.258%)	1.5321804e-002 (27.681%)	1.8000230 (0.001%)

**Intervallo di 10 secondi con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	6.0687934e-001 (1.146%)	-3.4065543e-002 (-%)	1.7973428 (0.147%)
m=6	5.9262417e-001 (1.229%)	-3.6220344e-002 (-%)	1.7985146 (0.082%)
m=7	5.9447592e-001 (0.920%)	-2.7408833e-002 (-%)	1.7995596 (0.024%)
m=8	6.0123568e-001 (0.205%)	-2.5597463e-002 (-%)	1.7980232 (0.109%)
m=9	6.0022710e-001 (0.037%)	-1.9896359e-002 (-%)	1.7985319 (0.081%)
m=10	6.0200505e-001 (0.334%)	-2.1248781e-002 (-%)	1.7983628 (0.090%)
m=11	6.0448688e-001 (0.747%)	-1.5167062e-002 (-%)	1.7985322 (0.081%)
m=12	6.0984463e-001 (1.640%)	-7.0902253e-003 (-%)	1.7985837 (0.078%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto continuo**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	5.8511268e-001 (2.481%)	-8.1165098e-010 (-%)	1.8000000 (0%)
m=6	5.8961590e-001 (1.730%)	-4.8339517e-011 (-%)	1.8000000 (0%)
m=7	5.9187515e-001 (1.354%)	-3.9482363e-012 (-%)	1.8000000 (0%)
m=8	5.9300668e-001 (1.165%)	-1.5473761e-013 (-%)	1.8000000 (0%)
m=9	5.9357293e-001 (1.071%)	-6.0771080e-014 (-%)	1.8000000 (0%)
m=10	5.9385617e-001 (1.023%)	1.3939896e-014 (-%)	1.8000000 (0%)
m=11	5.9399782e-001 (1.000%)	7.6233084e-015 (-%)	1.8000000 (0%)
m=12	5.9406866e-001 (0.988%)	-1.1385436e-015 (-%)	1.8000000 (0%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto continuo con rumore bianco**

	1.730	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	4.9596925e-001 (1.7338%)	2.9781714e-003 (7.5181%)	1.8539948 (2.999%)
m=6	5.0992669e-001 (1.5012%)	2.3283083e-003 (8.0597%)	1.8476077 (2.644%)
m=7	5.1074174e-001 (1.4876%)	2.6370830e-003 (7.8024%)	1.8481245 (2.673%)
m=8	5.1085341e-001 (1.4857%)	2.7932900e-003 (7.6722%)	1.8489336 (2.718%)
m=9	5.1225293e-001 (1.4624%)	2.7293070e-003 (7.7255%)	1.8485368 (2.696%)
m=10	5.1303527e-001 (1.4494%)	2.6979971e-003 (7.7516%)	1.8481945 (2.677%)
m=11	5.1305372e-001 (1.4491%)	2.7212300e-003 (7.7323%)	1.8482480 (2.680%)
m=12	5.1302779e-001 (1.4495%)	2.7338963e-003 (7.7217%)	1.8483204 (2.684%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 H)	$L_{af}$ (1.8 H)
m=5	6.0627434e-001 (1.045%)	5.5315821e-003 (53.903%)	1.7965996 (0.188%)
m=6	7.1317279e-001 (18.862%)	1.0473784e-002 (12.718%)	1.7825491 (0.969%)
m=7	6.1238255e-001 (2.063%)	3.1917855e-003 (73.401%)	1.7963204 (0.204%)
m=8	6.3902506e-001 (6.504%)	4.1398490e-003 (65.501%)	1.7925164 (0.415%)
m=9	6.3366739e-001 (5.611%)	3.6160885e-003 (69.865%)	1.7933883 (0.367%)
m=10	6.4359678e-001 (7.266%)	3.9939072e-003 (66.717%)	1.7919450 (0.447%)
m=11	6.3519920e-001 (5.866%)	3.5090212e-003 (70.758%)	1.7932165 (0.376%)
m=12	6.3760414e-001 (6.267%)	3.5991512e-003 (70.007%)	1.7928645 (0.396%)

**Intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo con rumore bianco**

	$R_a$ (0.6 $\Omega$ )	$L_a$ (0.012 $H$ )	$L_{af}$ (1.8 $H$ )
m=5	6.0195496e-001 (0.325%)	-7.4738839e-003 (-%)	1.7953863 (0.256%)
m=6	6.8789285e-001 (14.648%)	-4.2128386e-003 (-%)	1.7848243 (0.843%)
m=7	5.5762317e-001 (7.062%)	-9.2274009e-003 (-%)	1.8038897 (0.216%)
m=8	5.7293223e-001 (4.511%)	-8.9716969e-003 (-%)	1.8021914 (0.121%)
m=9	5.6539840e-001 (5.766%)	-9.1067832e-003 (-%)	1.8034998 (0.194%)
m=10	5.7507441e-001 (4.154%)	-8.8676811e-003 (-%)	1.8020699 (0.114%)
m=11	5.6551477e-001 (5.747%)	-9.1892081e-003 (-%)	1.8035495 (0.197%)
m=12	5.6742436e-001 (5.429%)	-9.1438546e-003 (-%)	1.8032877 (0.182%)

## 2.6 Stima dell'errore

Per valutare la bontà dei parametri calcolati in modo pratico, viene eseguita una simulazione sullo stesso modello con i parametri stimati, e le uscite di quest'ultimo blocco vengono confrontate con quelle del sistema originario.

Per evitare inconsistenze nel modello, qualora i parametri stimati fossero minori dell'1% di quelli reali, sono stati imposti pari a tale valore.

In tutti gli esempi di seguito riportati la rilevazione dei parametri è stata eseguita in presenza di rumore bianco.

Viene successivamente calcolato l'errore tra la funzione  $i_a$  stimata e quella reale, secondo la formula:

$$errore = \frac{\sqrt{\sum (f_{reale} - f_{stimata})^2}}{N_{campioni}}$$

Le immagini che seguono si riferiscono alla simulazione effettuata con coppia meccanica resistente e calcolo eseguito con l'operatore differenziale.

### 2.6.1 Analisi su transitorio di 10 secondi con rumore bianco

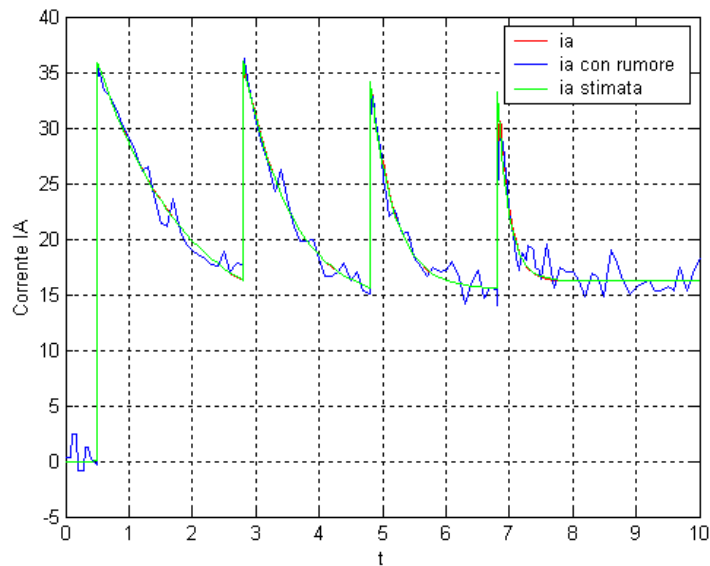


Figura 2.49: Confronto tra  $i_a$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

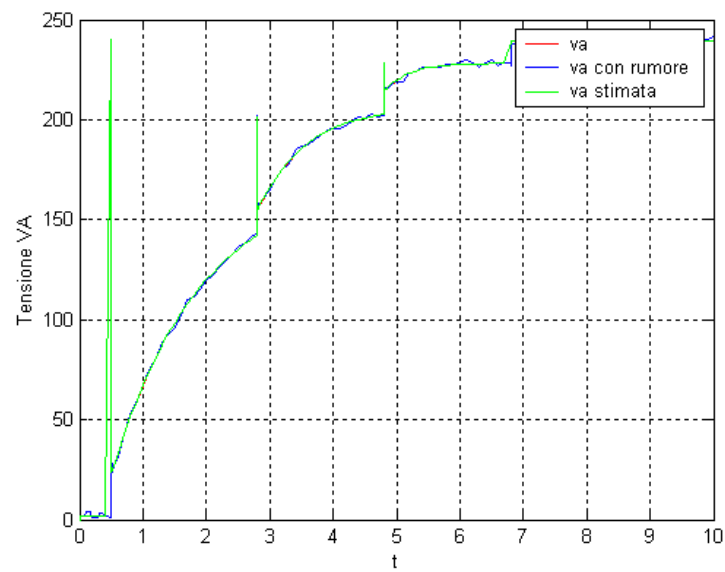


Figura 2.50: Confronto tra  $v_a$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

	Errore
m=5	0.610
m=6	0.210
m=7	0.109
m=8	0.459
m=9	0.406
m=10	0.335
m=11	0.177
m=12	0.105

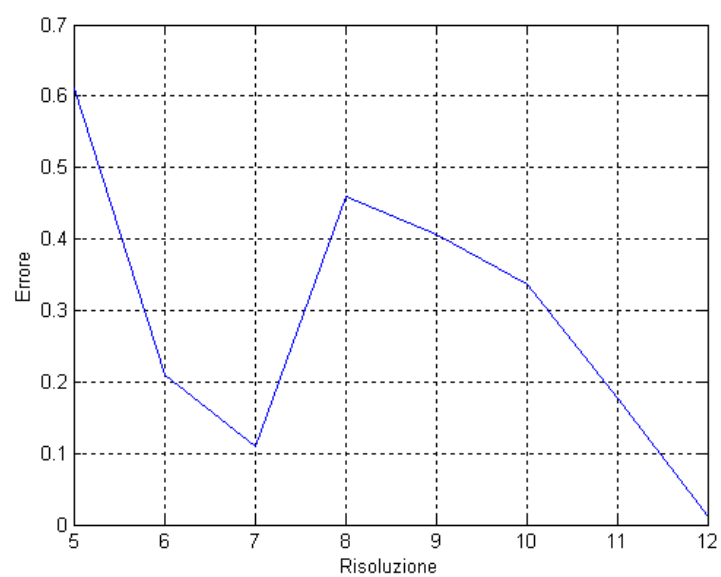


Figura 2.51: Andamento dell'errore della ricostruzione di  $i_a$

### 2.6.2 Analisi su intervallo di 1 secondo, tratto continuo con rumore bianco

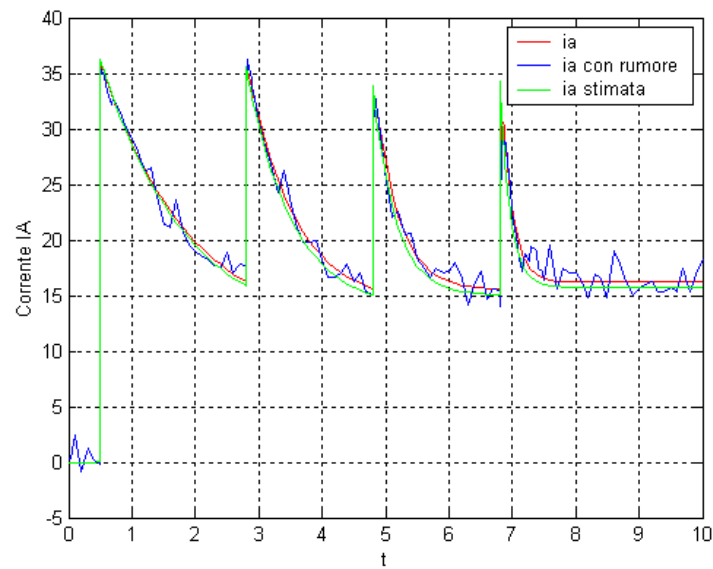


Figura 2.52: Confronto tra  $i_a$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

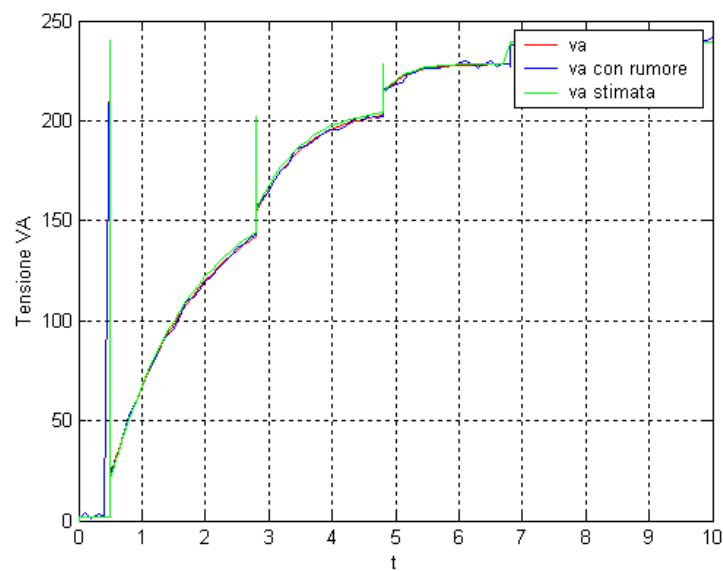


Figura 2.53: Confronto tra  $v_a$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

	Errore
m=5	0.616
m=6	0.616
m=7	0.619
m=8	0.618
m=9	0.618
m=10	0.618
m=11	0.618
m=12	0.618

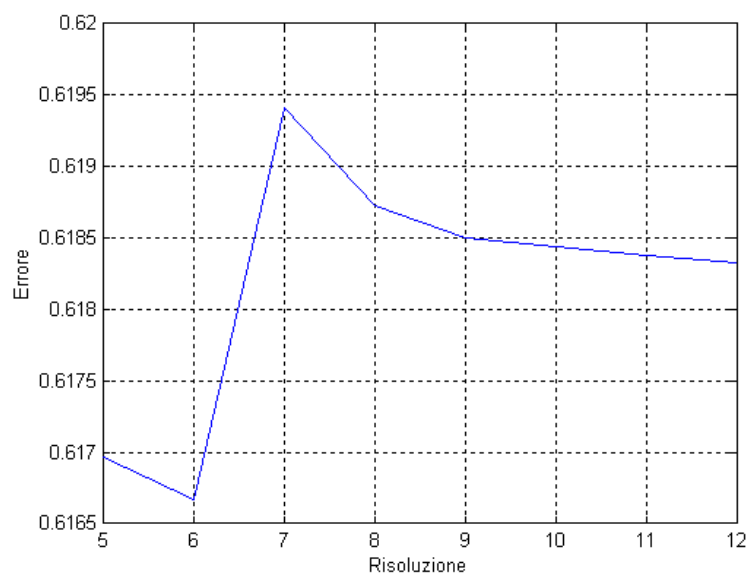


Figura 2.54: Andamento dell'errore



### 2.6.3 Analisi su intervallo di 1 secondo, tratto discontinuo con rumore bianco

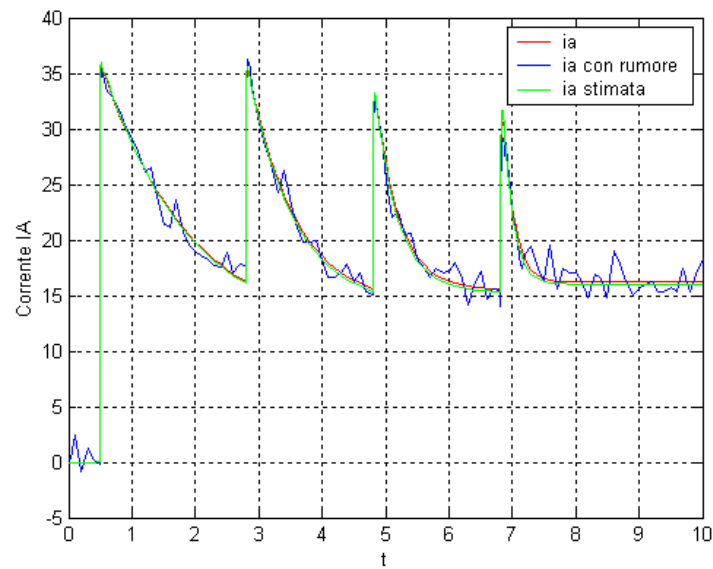


Figura 2.55: Confronto tra  $i_a$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

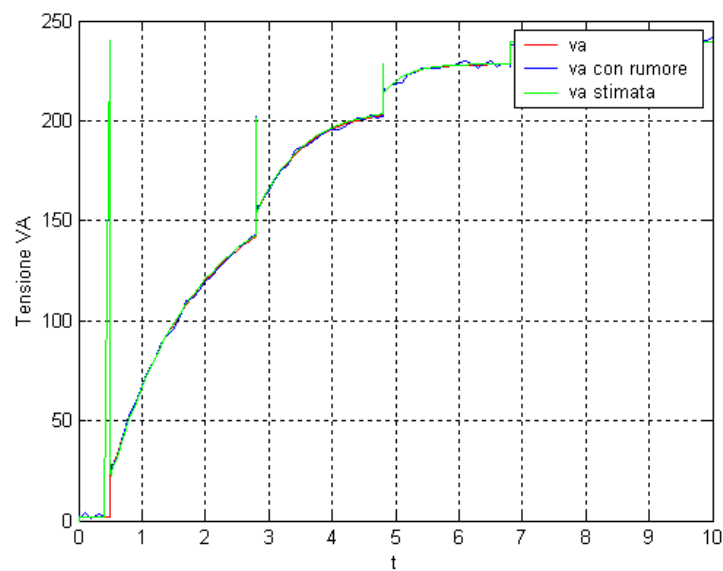


Figura 2.56: Confronto tra  $v_a$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

	Errore
m=5	0.043
m=6	0.141
m=7	0.142
m=8	0.058
m=9	0.061
m=10	0.101
m=11	0.086
m=12	0.136

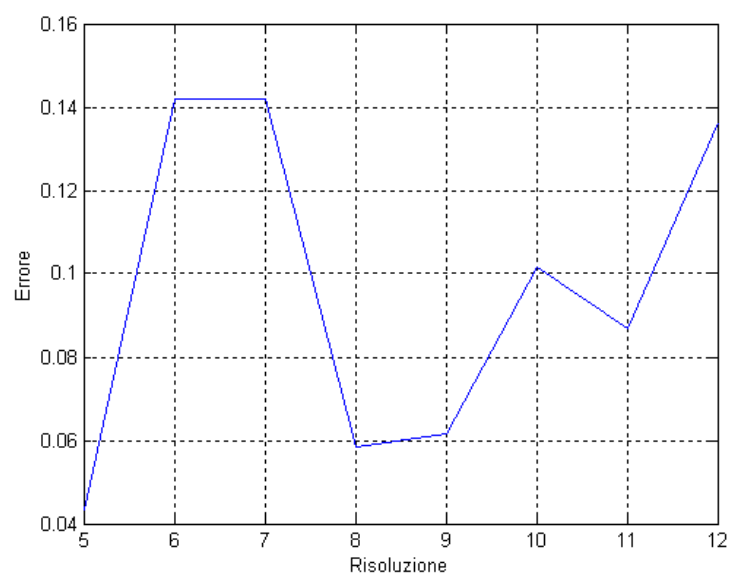


Figura 2.57: Andamento dell'errore

## Capitolo 3

# Stima dei parametri di un motore brushless

Gli stessi metodi di analisi testati sul motore a corrente continua vengono adesso applicati al motore brushless, preso come esempio di modello più complesso.

Dopo un breve richiamo dei principi di funzionamento e l'illustrazione del modello Simulink usato nell'analisi, verranno mostrate le grandezze tipiche di questo tipo di motore e successivamente verranno esposti i risultati dell'analisi delle curve caratteristiche e della stima dei parametri elettrici e meccanici. Le stime, effettuate sia in presenza che in assenza di rumore bianco, vengono successivamente valutate calcolando l'errore quadratico medio tra una grandezza misurata e la stessa grandezza ottenuta da uno stimatore.

### 3.1 Il motore brushless

Il motore brushless (BDCM: brushless DC motor) è costituito da un rotore su cui alloggiato dei magneti permanenti e da uno statore su cui sono disposte le fasi (ad esempio tre). Le fasi sono alimentate alternativamente in modo da generare un campo statorico che si mantenga sempre ortogonale a quello creato dai magneti, in modo da ottenere coppia massima.

Per certi versi, è una macchina sincrona, dato che i campi di rotore e di statore sono sempre mantenuti sincroni e sfasati tra loro per creare la coppia motrice.

Al fine di mantenere lo sfasamento mentre la macchina ruota, occorre com-

mutare la corrente negli avvolgimenti di statore, a seconda della posizione del rotore: a monte sarà quindi presente un inverter, comandato da un segnale che rileva la posizione rotorica.

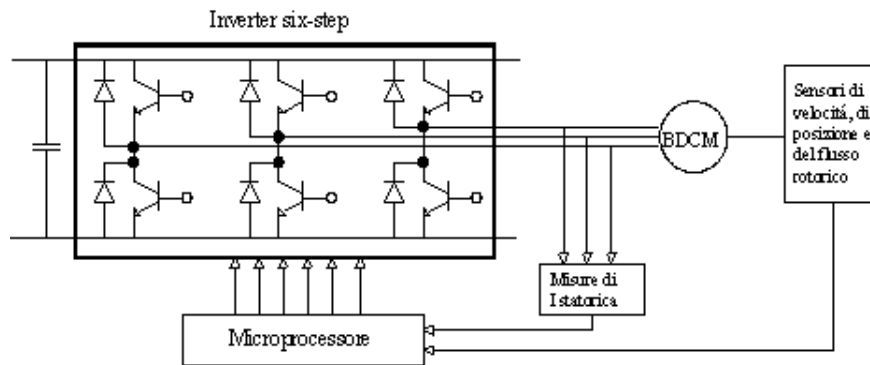


Figura 3.1: Struttura tipica di un motore BDCM

L'inverter viene quindi ad assumere la stessa funzione che aveva il sistema spazzole-collettore nel motore in continua: da ciò nasce il nome di motore in continua senza spazzole.

*Vantaggi nell'uso del motore brushless:*

- Il campo di rotore si deve ad un magnete permanente, quindi nel rotore non ci saranno perdite apprezzabili. Le uniche perdite saranno nello statore, che però è ben raggiungibile e facile da raffreddare. Quest'ultima considerazione è molto importante in quanto a pari peso il motore migliore è quello in grado di fornire più coppia, cioè quello in cui è possibile inviare maggiori correnti
- Si evita il sistema collettore-spazzole con notevoli vantaggi. Nel motore in continua il problema di ottenere alte coppie in velocità è male affrontato, perché lo scorrimento delle spazzole sulle lamelle del collettore porta, per fenomeni induttivi, al mantenimento di archi elettrici che saranno sempre più intensi quanto più elevata è la corrente (alte coppie) e quanto più cresce la velocità. Spesso un robot industriale deve compiere un ciclo di lavoro ripetitivo; ci sarà perciò uno scintillio dovuto a una sovracorrente per ogni presa di carico e sempre sulla stessa lamella. Ne consegue che si

hanno ovvi problemi di usura e manutenzione. L'assenza di spazzole, oltre ad ovviare a questi problemi, elimina un sistema pesante, ingombrante e costoso

- Nel motore in continua la coppia prodotta diminuisce in alta velocità a causa non solo delle perdite di commutazione, ma anche per la reazione di indotto. Se a pari tensione impressa il motore in continua ha perdite più elevate del brushless, significa che assorbirà meno corrente e quindi la coppia sarà minore. Il brushless risolve quasi del tutto il problema, essendo privo di collettore (quindi non ci sono perdite di commutazione) ed è pertanto più efficiente in alta velocità

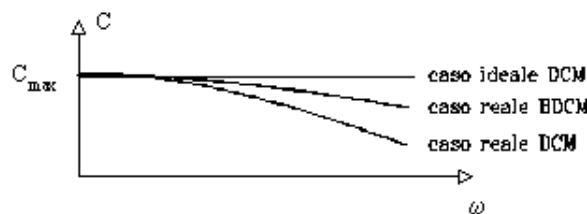


Figura 3.2: Coppie erogate da un motore DC ed un BDCM

- Problemi di peso ed inerzia: il brushless ha rotori molto leggeri e i magneti sono incollati solo su un sottile strato superficiale. Ciò riduce notevolmente il peso ed anche il momento di inerzia del motore

*Svantaggi nell'uso del motore brushless:*

- Necessità dell'inverter: al costo del motore va aggiunto quello di inverter, sensori e sistema di controllo
- Presenza di magneti permanenti del tipo terre rare, con costi elevati e possibilità di smagnetizzazioni ad alta temperatura

## 3.2 Modello Simulink del motore brushless in assi $q, d$

Il blocco Simulink che implementa il motore brushless è il seguente:

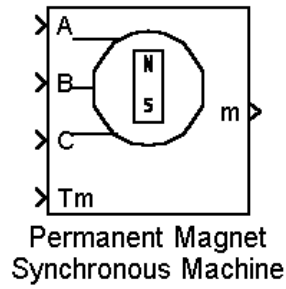


Figura 3.3: Blocco Simulink del motore BDCM

Tale blocco opera sia come motore che come generatore; la modalità di funzionamento è determinata dal segno della coppia meccanica:

$$\begin{cases} T_e > 0 : & \text{funzionamento come generatore} \\ T_e < 0 : & \text{funzionamento come motore} \end{cases}$$

Il blocco implementa sia le equazioni riferite al sistema elettrico che meccanico. Il sistema elettrico è regolato dalle equazioni:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} V_d - \frac{R}{L_d} i_d - \frac{L_q}{L_d} p \omega_r i_q \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} V_q - \frac{R}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d - \frac{\lambda p \omega_r}{L_q} \\ T_e = 1.5p [\lambda i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \end{cases}$$

dove:

- $L_d, L_q$ : sono le induttanze degli assi  $d$  e  $q$
- $R$ : è la resistenza dell'avvolgimento di statore
- $i_d, i_q$ : sono le correnti degli assi  $d$  e  $q$
- $V_d, V_q$ : sono le tensioni degli assi  $d$  e  $q$
- $\omega_r$ : è la velocità angolare del rotore
- $\lambda$ : è l'ampiezza del flusso indotto dai magneti permanenti nelle fasi di statore

- $p$ : è il numero di coppie polari
- $T_e$ : è la coppia elettromagnetica

Il sistema meccanico è regolato da:

$$\begin{cases} \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} (T_e - F\omega_r - T_m) \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_r \end{cases}$$

dove:

- $J$ : inerzia combinata di rotore e carico
- $F$ : frizione viscosa combinata di rotore e carico
- $\vartheta$ : posizione angolare del rotore
- $T_m$ : coppia meccanica

Il blocco ha come ingressi le connessioni elettriche dello statore e la coppia meccanica. Quest'ultimo ingresso sarà positivo se il blocco in questione è usato in modalità motore, o negativo qualora si desideri usare il blocco in modalità generatore.

In uscita si ha un vettore contenente le seguenti variabili:

- 1-3: le correnti di linea  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  espresse in  $A$
- 4-5: le correnti relative agli assi  $d$  e  $q$  ( $i_d$  e  $i_q$ ) in  $A$
- 6-7: le tensioni relative agli assi  $d$  e  $q$  ( $V_d$  e  $V_q$ ) in  $V$
- 8: la velocità del rotore  $\omega_r$  in rad/s
- 9: l'angolo di rotore  $\vartheta$  in rad
- 10: la coppia elettromeccanica  $T_e$  in Nm



Figura 3.4: Schema Simulink del motore BDCM

relay. I parametri di funzionamento vengono inseriti attraverso una dialog box:

Block Parameters: Permanent Magnet Synchronous Machine

PM Synchronous Machine (mask) (link)

Implements a 3-phase permanent magnet synchronous machine with sinusoidal flux distribution. The machine is modelled in the dq rotor reference frame. Stator windings are connected in wye to an internal neutral point.

First 3 inputs: Machine terminals = phases a, b and c  
4th input: Simulink signal = mechanical torque (N.m)  
(>0 for motor mode, <0 for generator mode)

output: Simulink measurement output = vector (10x1) containing  
(all currents flowing into machine):  
1-3 : Stator line currents ia, ib, ic (A)  
4-5 : Stator currents id, iq (A)  
6-7 : Stator voltages vd, vq (V)  
8 : Rotor speed wm (rad/s)  
9 : Rotor angle thetam (rad)  
10 : Electromagnetic torque Te (N.m)

Parameters

Resistance R(ohm):  
2.875

Inductances [ Ld(H) Lq(H) ]:  
[8.5e-3, 8.5e-3]

Flux induced by magnets (Wb):  
0.175

Inertia, friction factor and pairs of poles [ J(kg.m^2) F(N.m.s) p0 ]:  
[ 0.8e-3, 0, 4 ]

OK

Cancel

Help

Apply

Figura 3.5: Dialog Box Simulink del motore BDCM

Del modello in analisi si devono stimare i valori di  $L_d$ ,  $L_q$ ,  $R$ ,  $\lambda$ ,  $J$ .



Le equazioni scelte per poter ricavare tali parametri sono (supponendo  $F = 0$ ):

$$\begin{cases} \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} V_q - \frac{R}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d - \frac{\lambda p \omega_r}{L_q} \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} (T_e - T_r) \end{cases}$$

dove  $T_r = A + B\omega + C\omega^2$  è la coppia resistente. Anche  $A$ ,  $B$  e  $C$  fanno parte dei parametri da stimare. Inoltre  $T_e$  deve essere ricavata da  $T_e = 1.5p [\lambda i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]$ .

I valori reali dei parametri da stimare sono:

$$\begin{cases} L_d = 0.0085 H \\ L_q = 0.0085 H \\ R = 2.875 \Omega \\ \lambda = 0.175 Wb \\ J = 0.0008 kg \cdot m^2 \\ A = 1.5 N \cdot m \\ B = 0 \frac{N \cdot m \cdot s}{rad} \\ C = 0 \frac{N \cdot m \cdot s^2}{rad^2} \end{cases}$$

La prima equazione riguarda le grandezze elettriche del sistema e si può porre nella forma:

$$[V_q \quad -i_q \quad -\omega_r i_d \quad -\omega_r] \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} \\ \frac{R}{L_q} \\ \frac{L_d p}{L_q} \\ \frac{\lambda p}{L_q} \end{bmatrix} = \frac{di_q}{dt}$$

La seconda equazione, relativa alle coppie meccaniche che agiscono sul sistema, viene riscritta mettendo in evidenza i termini noti:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\omega_r}{dt} & 1 & \omega_r & \omega_r^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ A \\ B \\ C \end{bmatrix} = T_e$$

Introducendo le trasformate wavelet delle funzioni presenti nell'equazione e

gli operatori relativi a tale dominio, la stessa viene riscritta nella forma:

$$\begin{bmatrix} V_{Wq} & -I_q & -\Omega_r I_d & -\Omega_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} \\ \frac{R}{L_q} \\ \frac{L_d p}{L_q} \\ \frac{\lambda p}{L_q} \end{bmatrix} = D \cdot I_q$$

$$\begin{bmatrix} D\Omega_r & 1 & \Omega_r & \Omega_r^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ A \\ B \\ C \end{bmatrix} = T_{We}$$

Dal momento che l'operatore prodotto nel dominio wavelet non è ancora stato completamente sviluppato, le grandezze  $\omega_r i_d$  e  $\Omega_r^2$  vengono prelevate dal sistema e successivamente trasformate.

Il sistema è completamente algebrico e risolvibile sfruttando il metodo della pseudoinversa:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} \\ \frac{R}{L_q} \\ \frac{L_d p}{L_q} \\ \frac{\lambda p}{L_q} \end{bmatrix} = [V_{Wq} \quad -I_q \quad -\Omega_r I_d \quad -\Omega_r]^+ D \cdot I_q$$

$$\begin{bmatrix} J \\ A \\ B \\ C \end{bmatrix} = [D\Omega_r \quad 1 \quad \Omega_r \quad \Omega_r^2]^+ T_{We}$$

### 3.3 Variazioni al modello del motore brushless

#### 3.3.1 Modello in per unit

L'analisi viene successivamente ripetuta in modalità per unit (p.u.), ovvero con i parametri espressi in valore relativo al loro valore nominale. In particolare:

**Potenza attiva**  $P_n = 11 \text{ kW}$

**Tensione di fase**  $V_n = 220 \text{ V}$

**Velocità nominale**  $\Omega_n = 3000 \text{ rpm}$

**Corrente di fase**  $I_n = \frac{P_n}{3V_n}$

**Impedenza di fase**  $Z_n = \frac{V_n}{I_n}$

**Flusso nominale**  $\lambda_n = \frac{V_n}{p\Omega_n}$

I valori delle tensioni, delle correnti e la velocità rilevate vengono quindi modificati come segue:

$$i_{PU} = \frac{i_x}{I_n}$$

$$v_{PU} = \frac{v_x}{V_n}$$

$$\omega_{PU} = \frac{\omega_x}{\Omega_n}$$

Le equazioni precedentemente espresse vengono espresse con le nuove variabili:

$$v_{qpu} \cdot V_n - R \cdot i_{qpu} \cdot I_n - L_d \cdot p \cdot \Omega_n \cdot \omega_{rpu} \cdot i_{dpu} \cdot I_n - \lambda_n \cdot \frac{V_n}{p \cdot \Omega_n} \cdot p \cdot \omega_{rpu} \cdot \Omega_n = L_q \cdot I_n \cdot \frac{di_{qpu}}{dt}$$

Dividendo per  $V_n$  :

$$v_{qpu} - \frac{R}{Z_n} \cdot i_{qpu} - \frac{L_d \cdot p \cdot \Omega_n}{Z_n} \cdot \omega_{rpu} \cdot i_{dpu} - \lambda_n \cdot \omega_{rpu} = \frac{L_q}{Z_n} \cdot \frac{di_{qpu}}{dt}$$

che in forma compatta diventa:

$$\begin{bmatrix} v_{qpu} & -i_{qpu} & -\omega_{rpu} \cdot i_{dpu} & -\omega_{rpu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{Z_n}{L_q} \\ \frac{R}{L_q} \\ \frac{L_d \cdot p \cdot \Omega_n}{L_q} \\ \frac{\lambda_n \cdot Z_n}{L_q} \end{bmatrix} = \frac{di_{qpu}}{dt}$$

L'analisi in p.u. viene eseguita per i soli parametri elettrici, in modo da valutare eventuali cattivi condizionamenti numerici.

### 3.3.2 Analisi del sistema con le equazioni integrate

Per poter valutare la stima dei parametri indipendentemente dall'operatore differenziale wavelet, l'analisi è stata ripetuta integrando le due equazioni:

$$\begin{cases} i_q = \int \frac{1}{L_q} V_q dt - \int \frac{R}{L_q} i_q dt - \int \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d dt - \int \frac{\lambda p \omega_r}{L_q} dt \\ \omega_r = \int \frac{1}{J} (T_e - T_r) dt \end{cases}$$

Dopo aver calcolato l'operatore integrale  $INT$  (opportunamente normalizzato rispetto all'intervallo di tempo relativo all'analisi) e le trasformate delle funzioni, si ottengono i sistemi in forma compatta:

$$[INT \cdot V_q \quad -INT \cdot i_q \quad -INT \cdot \omega_r i_d \quad -INT \cdot \omega_r] \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} \\ \frac{R}{L_q} \\ \frac{L_d p}{L_q} \\ \frac{\lambda p}{L_q} \end{bmatrix} = i_q$$

$$[\omega_r \quad INT \cdot 1 \quad INT \cdot \omega_r \quad INT \cdot \omega_r^2] \begin{bmatrix} J \\ A \\ B \\ C \end{bmatrix} = INT \cdot T_e$$

### 3.4 Condizioni di analisi

Di seguito sono riportati gli andamenti delle grandezze oggetto di studio (la velocità angolare  $\omega_r$  e la sua derivata  $\frac{d\omega_r}{dt}$ , la corrente  $i_q$  e la sua derivata  $\frac{di_q}{dt}$ , la tensione  $V_q$  ed il prodotto  $\omega_r \cdot i_d$ ) durante un transitorio di 0.006 secondi:

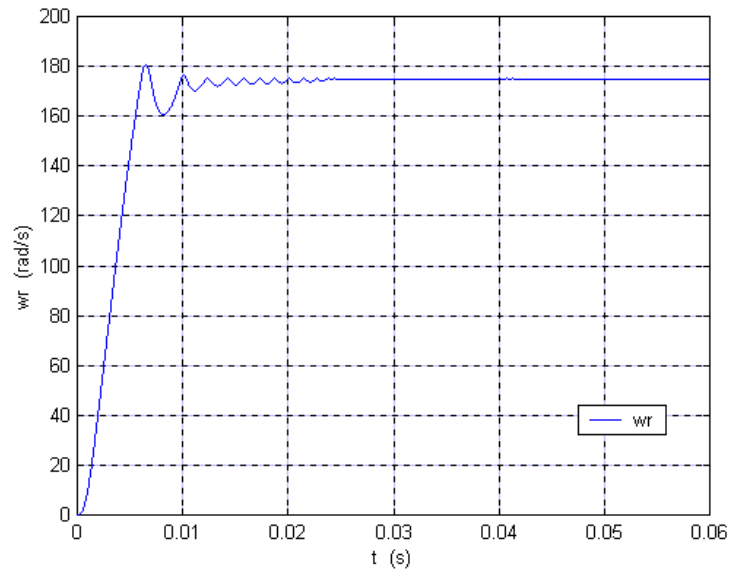


Figura 3.6: Andamento di  $\omega_r$

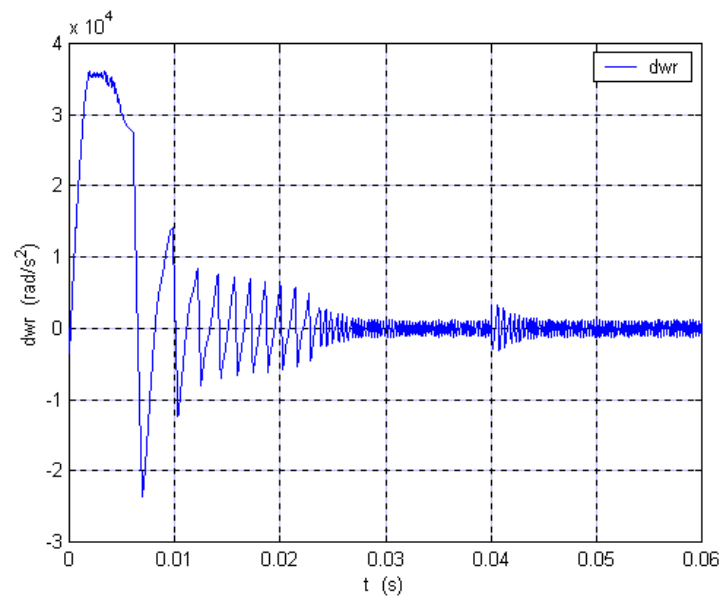


Figura 3.7: Andamento di  $\frac{d\omega_r}{dt}$

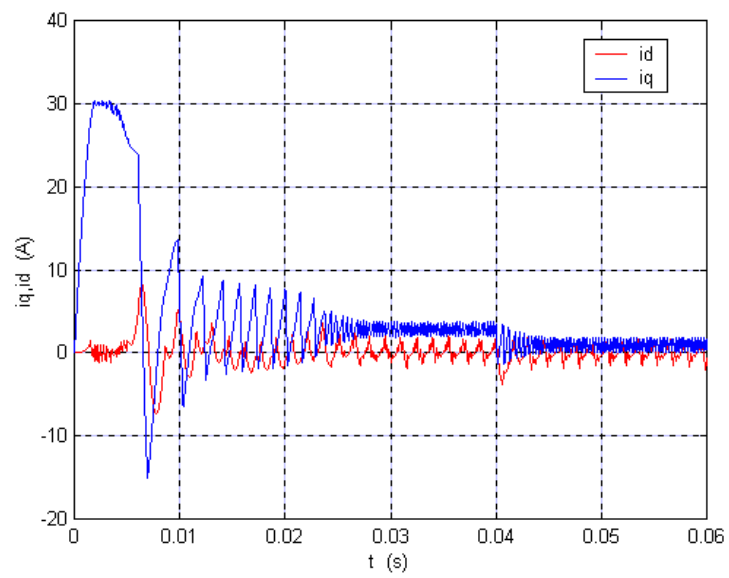


Figura 3.8: Andamento di  $i_q$  e  $i_d$

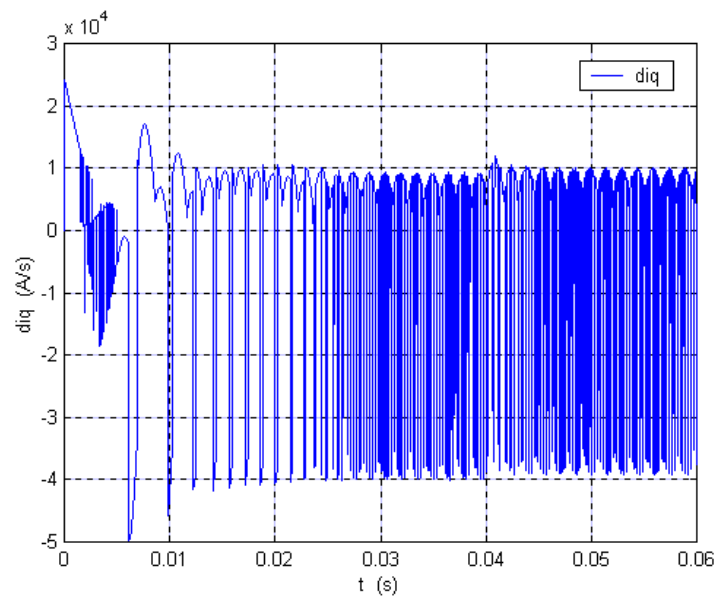


Figura 3.9: Andamento di  $\frac{di_q}{dt}$

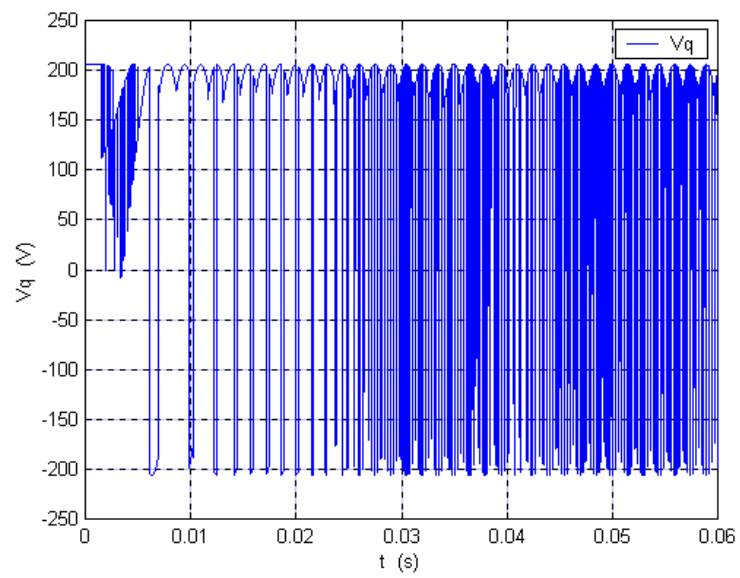


Figura 3.10: Andamento di  $V_q$

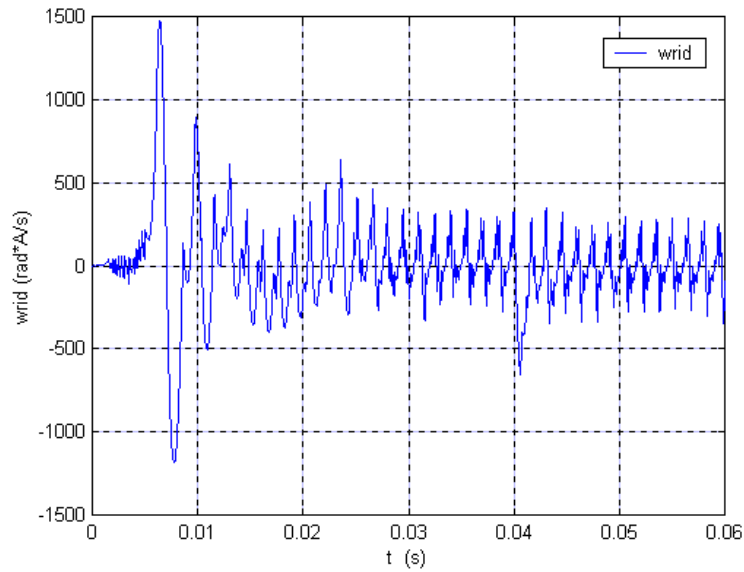


Figura 3.11: Andamento di  $\omega_r \cdot i_d$

L'analisi viene effettuata nelle seguenti modalità:

- un intervallo di tempo da 0 a 0.06 secondi;
- vengono risolte le equazioni standard, integrate ed in p.u.
- tutti i casi sono stati ripetuti in presenza di rumore bianco additivo;
- in ogni caso la risoluzione  $m$  delle trasformate wavelet è stata fatta variare da 5 a 12.

### 3.5 Esempi di stima dei parametri

Di seguito sono mostrate alcuni esempi nei quali le funzioni precedentemente discusse vengono confrontate con le loro approssimazioni a diverse risoluzioni.



### 3.5.1 Analisi su un transitorio di 0.06 secondi

Velocità angolare  $\omega_r(t)$

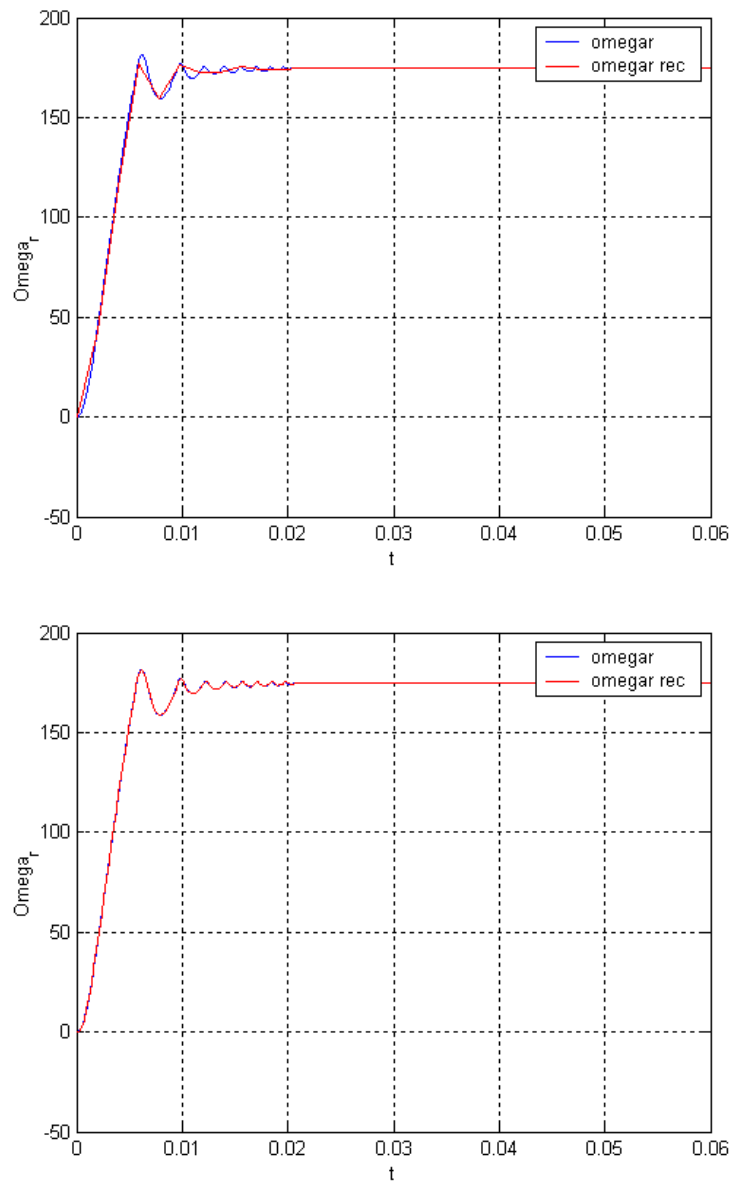


Figura 3.12: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

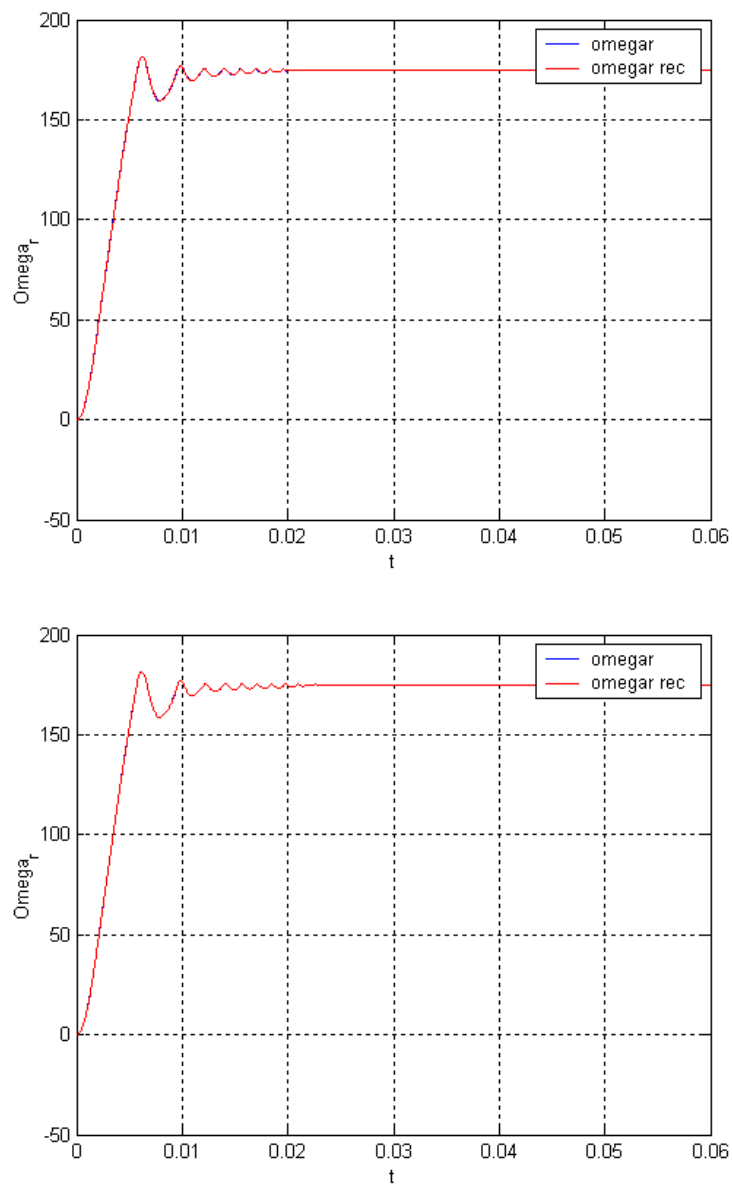


Figura 3.13: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Corrente  $i_q(t)$**

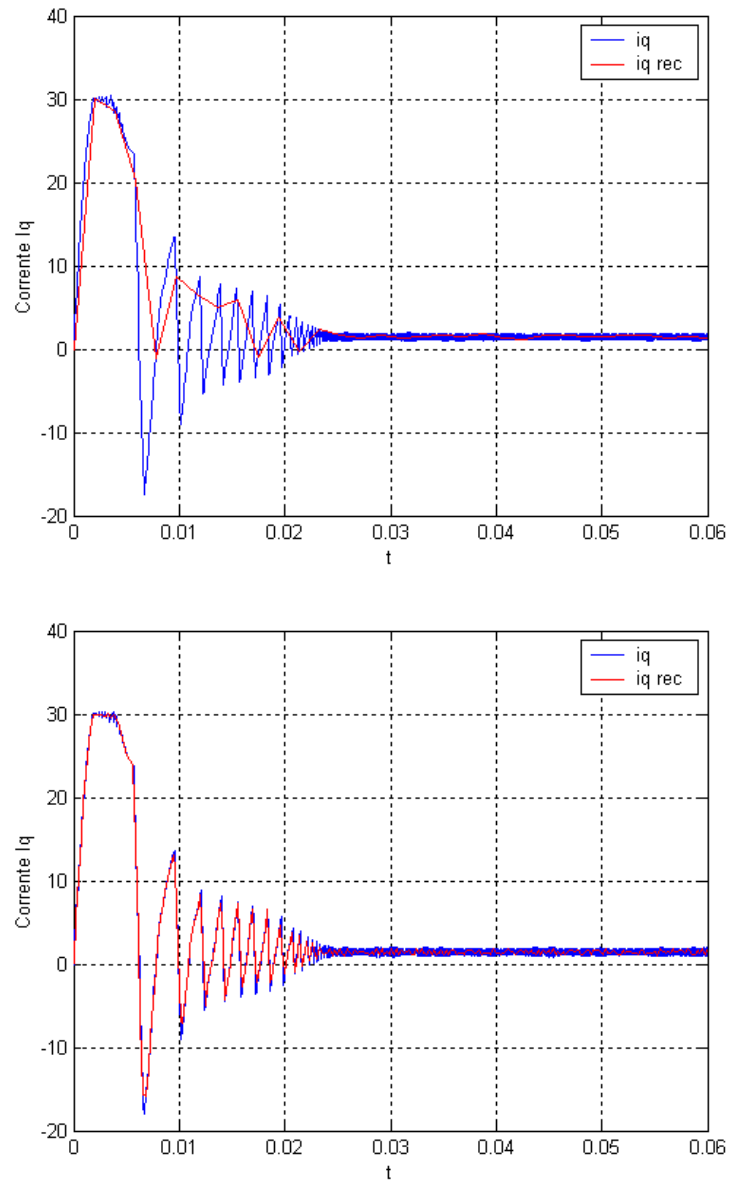


Figura 3.14: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

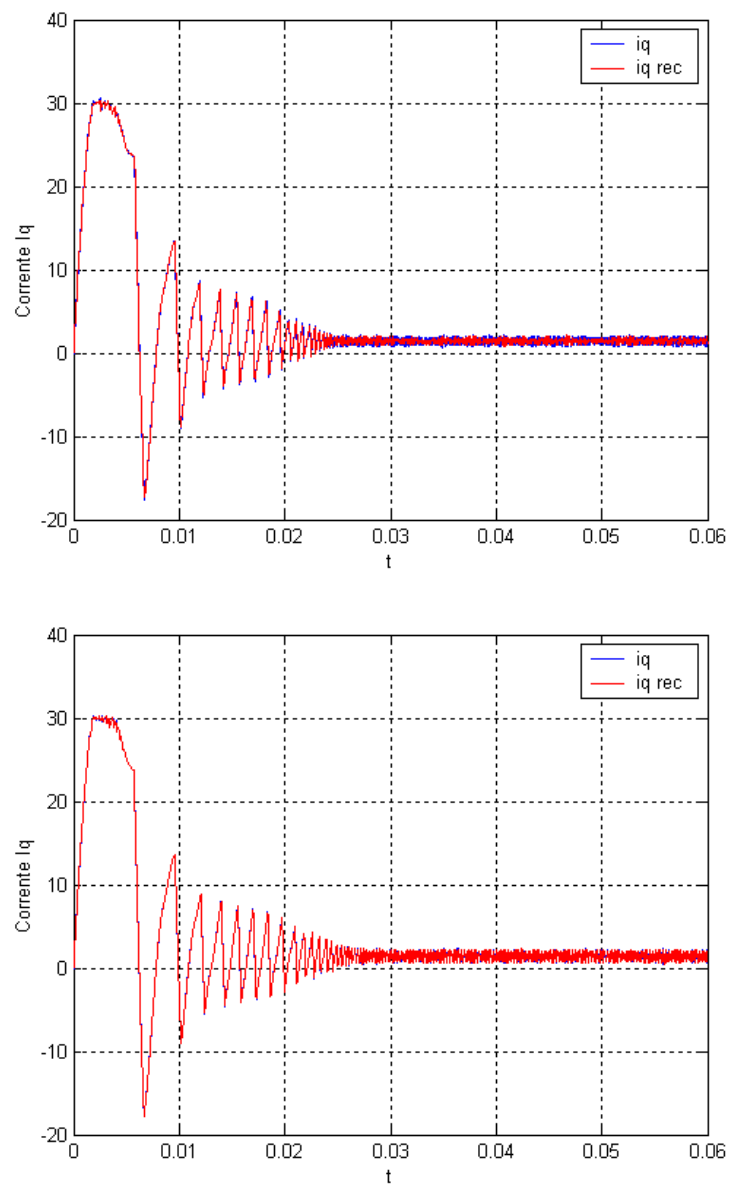


Figura 3.15: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

### CAPITOLO 3. STIMA DEI PARAMETRI DI UN MOTORE BRUSHLESS100

**Derivata della corrente**  $\frac{di_q(t)}{dt}$

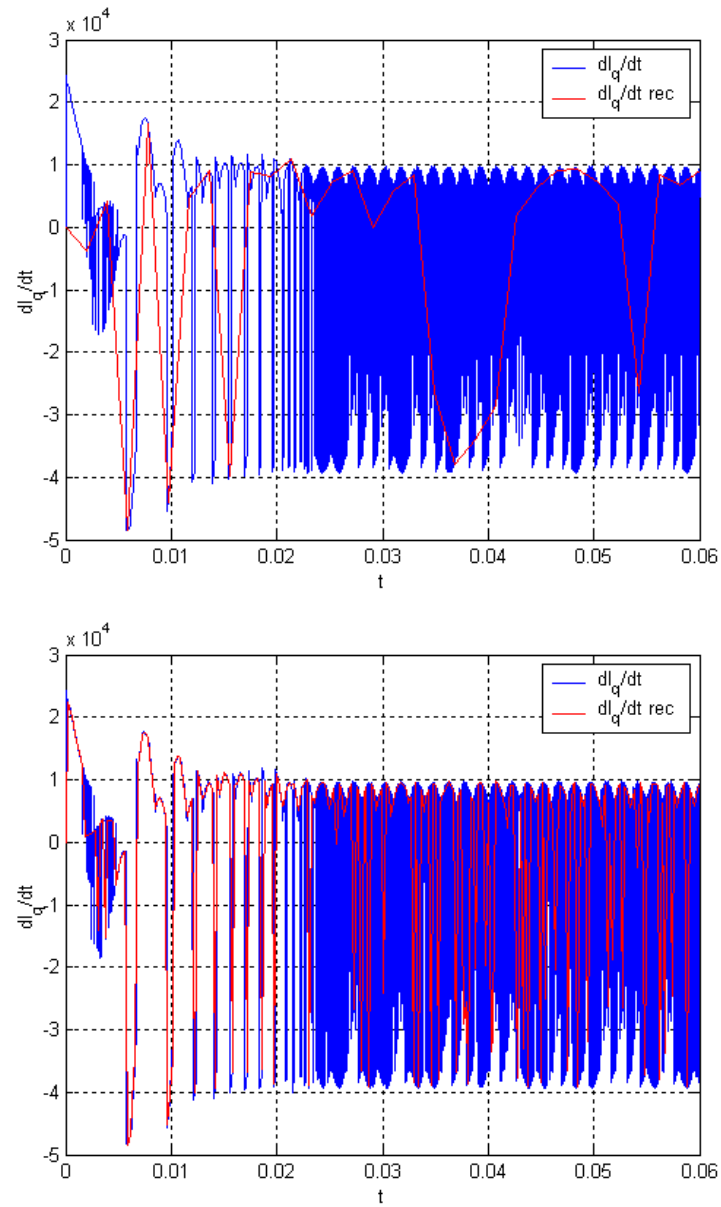


Figura 3.16: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

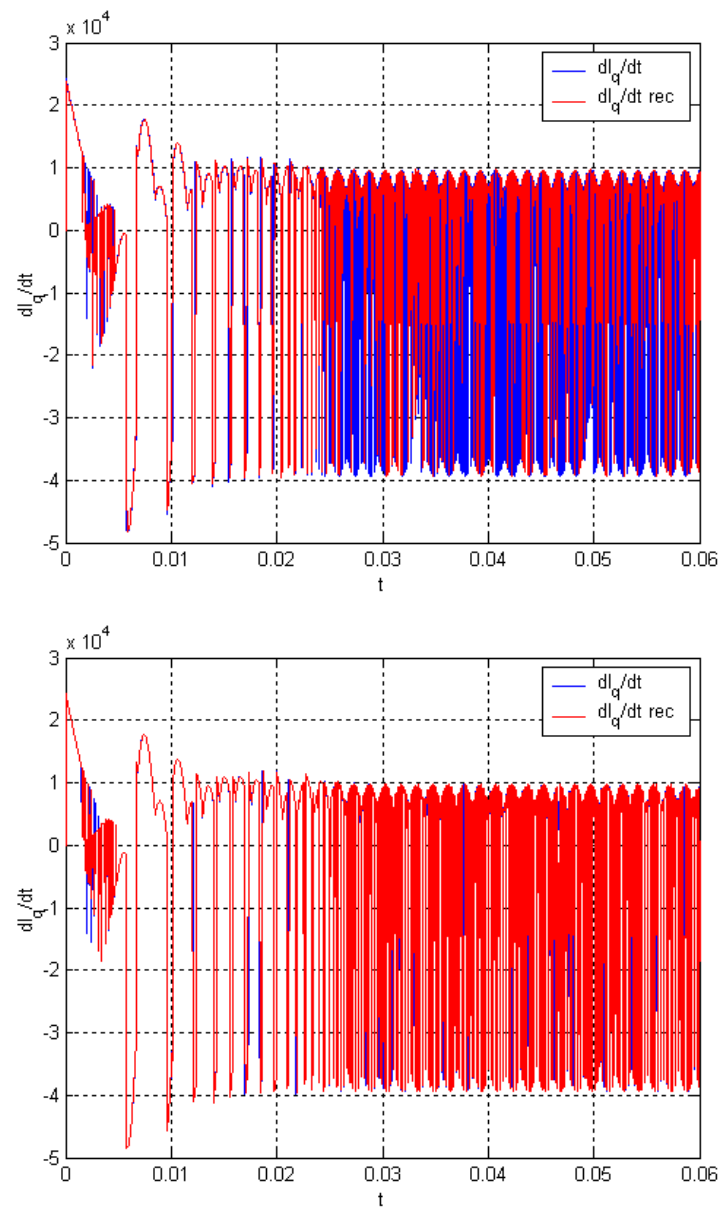


Figura 3.17: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Tensione  $V_q(t)$**

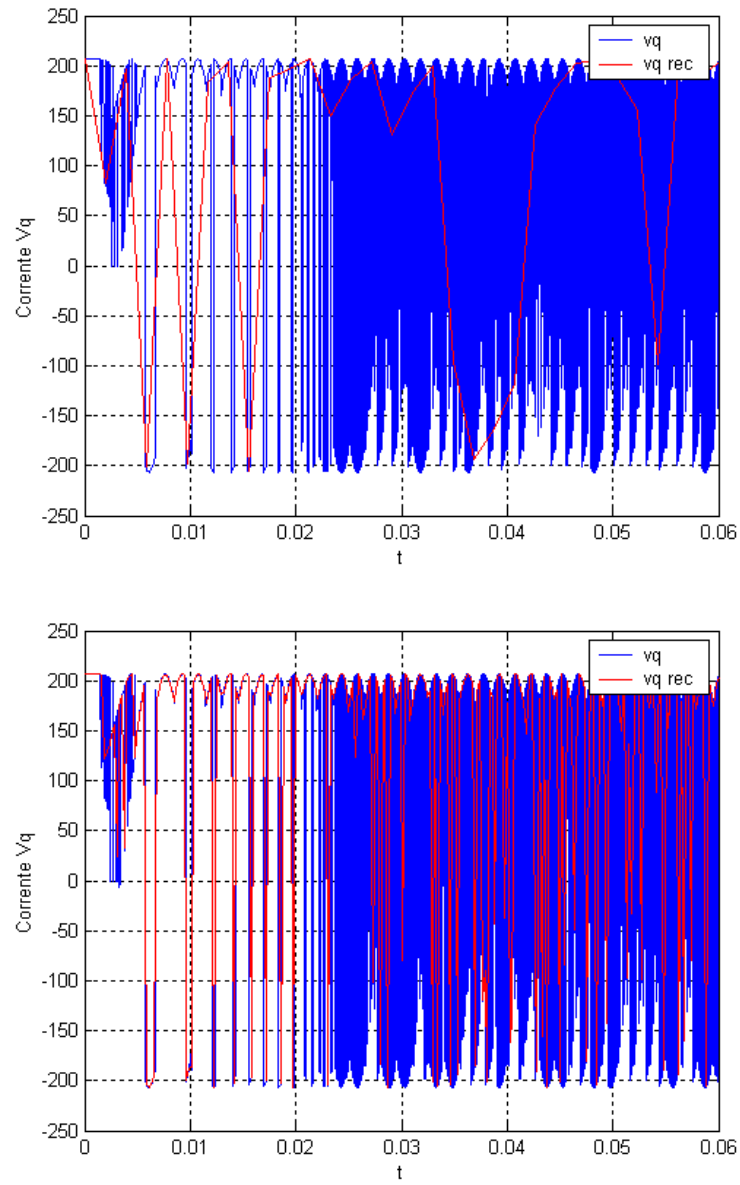


Figura 3.18: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

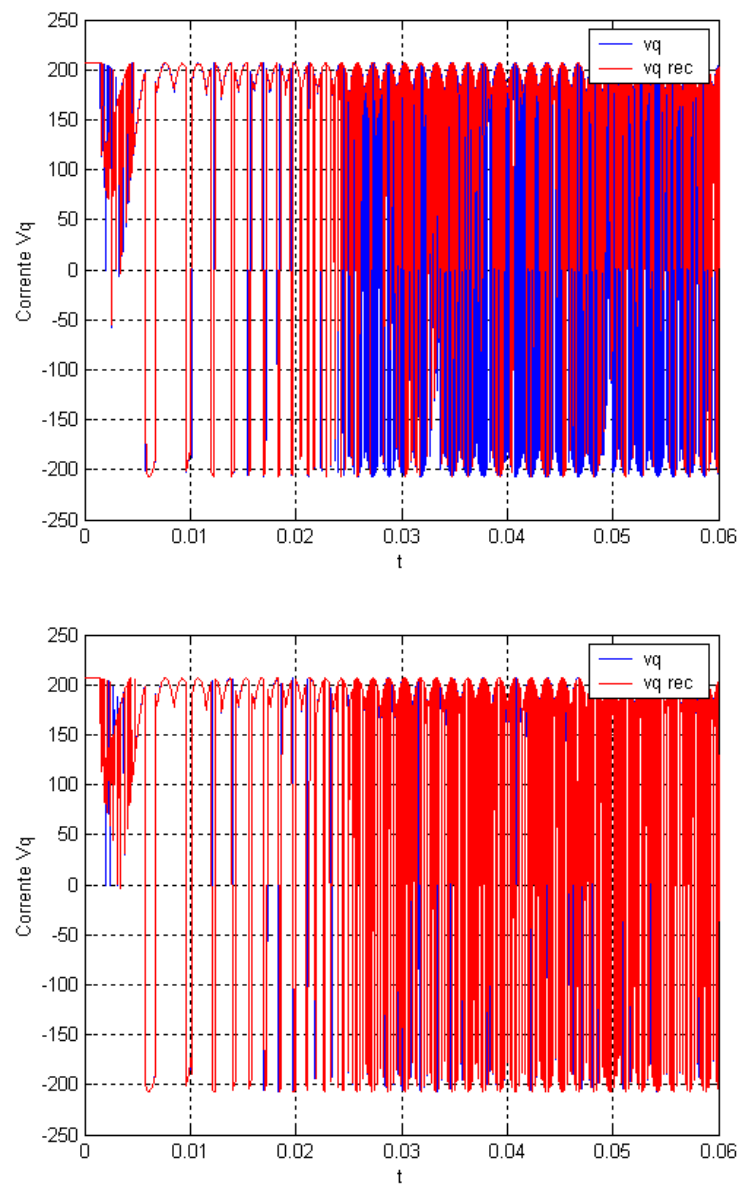


Figura 3.19: Risoluzione  $m = 10, m = 12$



### 3.5.2 Analisi su un transitorio di 0.06 secondi in presenza di rumore bianco

Velocità angolare  $\omega_r(t)$

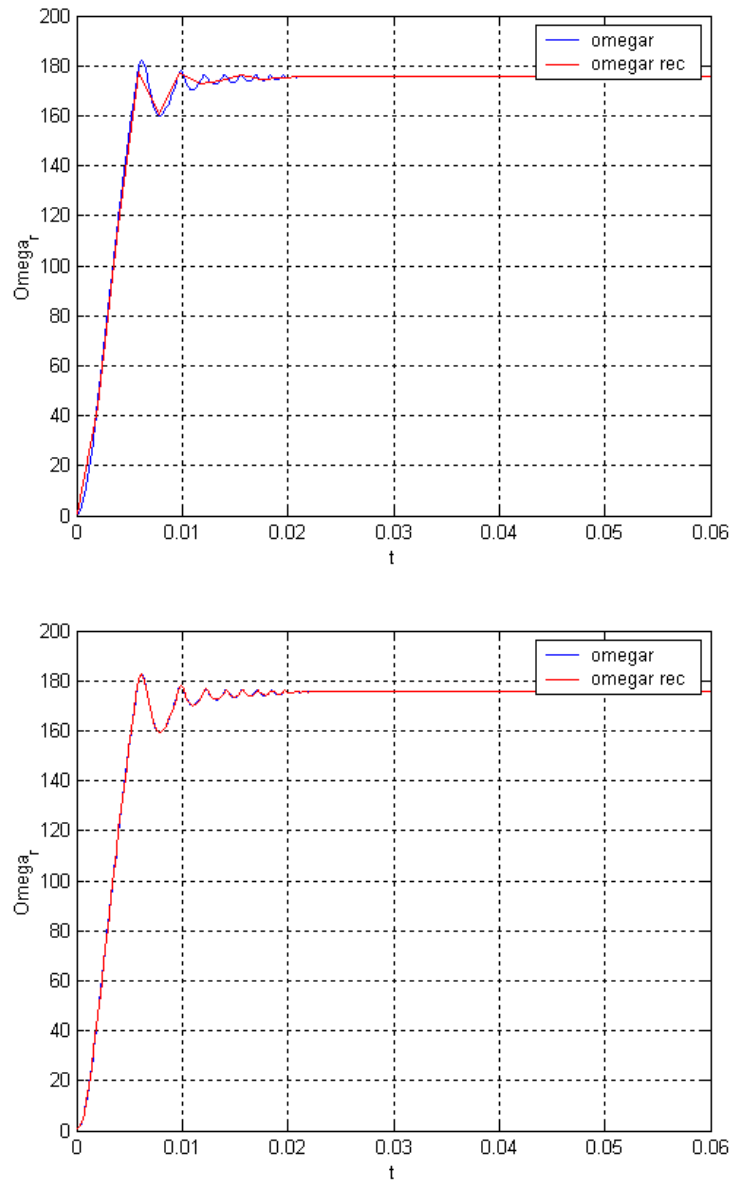


Figura 3.20: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

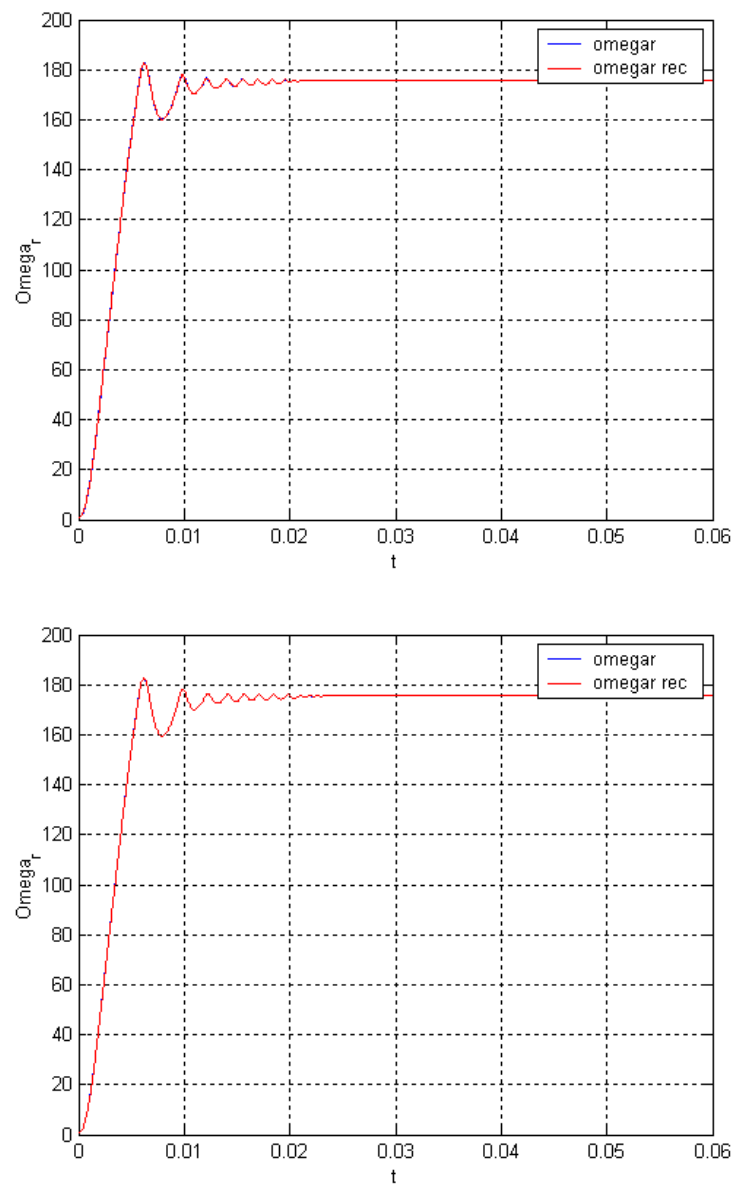


Figura 3.21: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Corrente  $i_q(t)$**

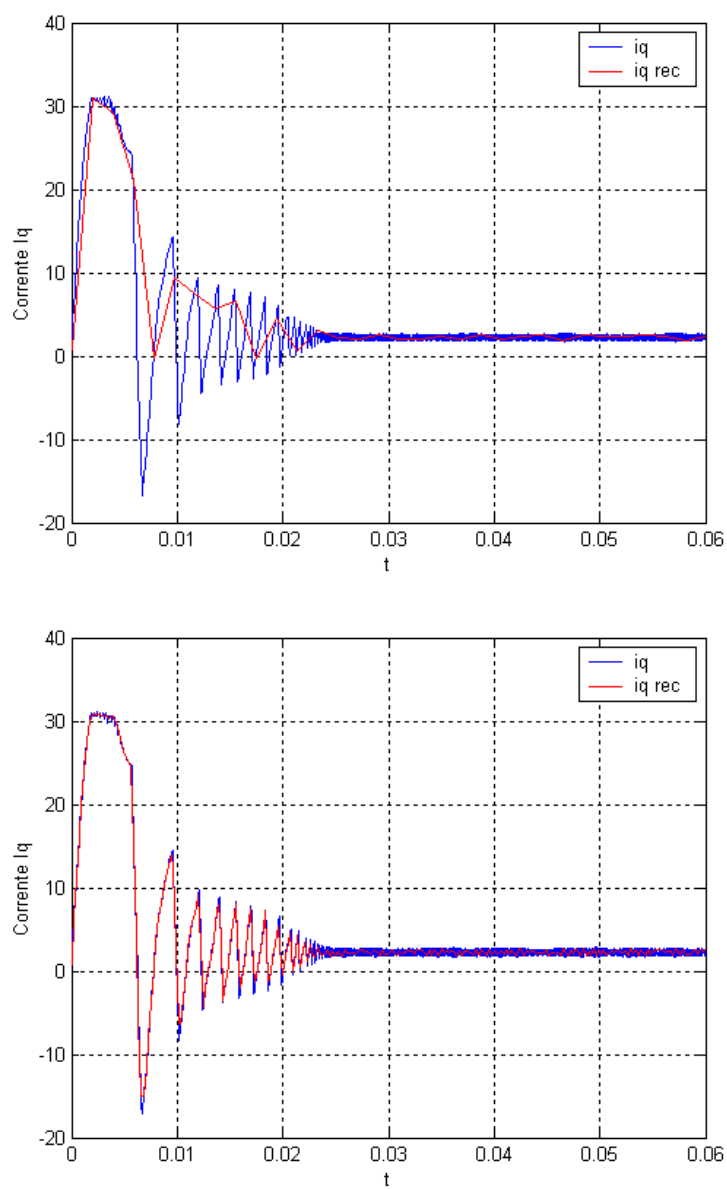


Figura 3.22: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

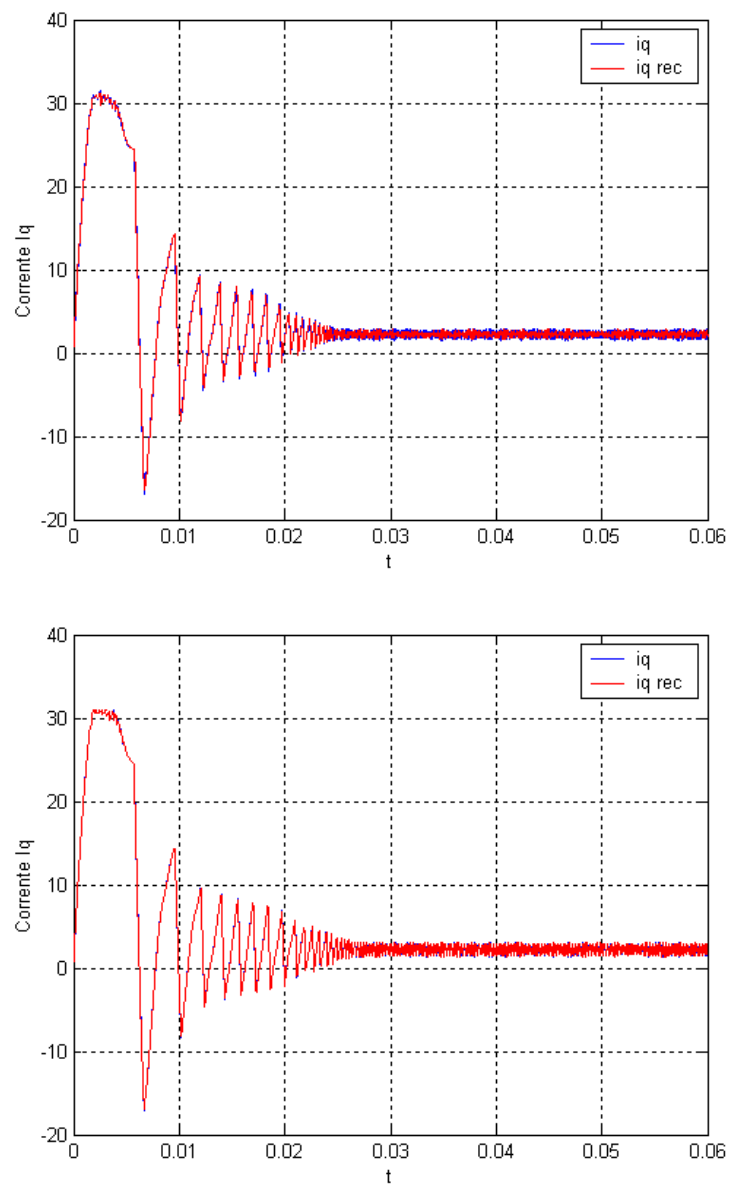


Figura 3.23: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Derivata della corrente**  $\frac{di_q(t)}{dt}$

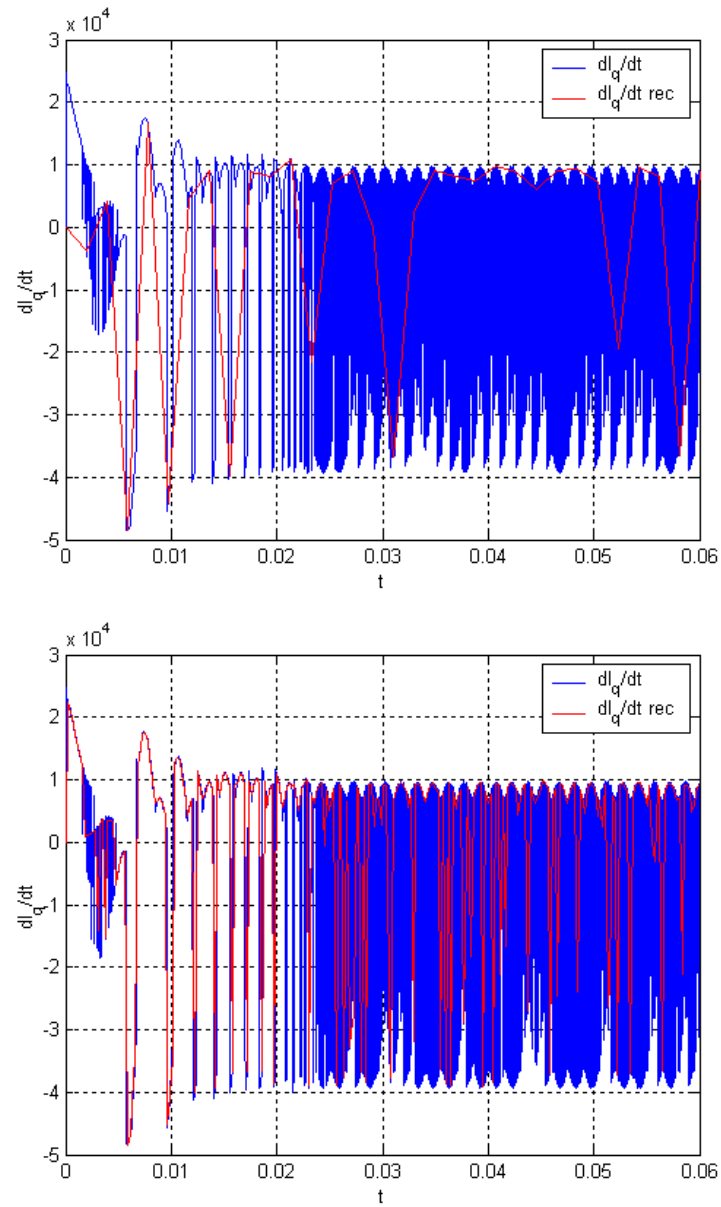


Figura 3.24: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

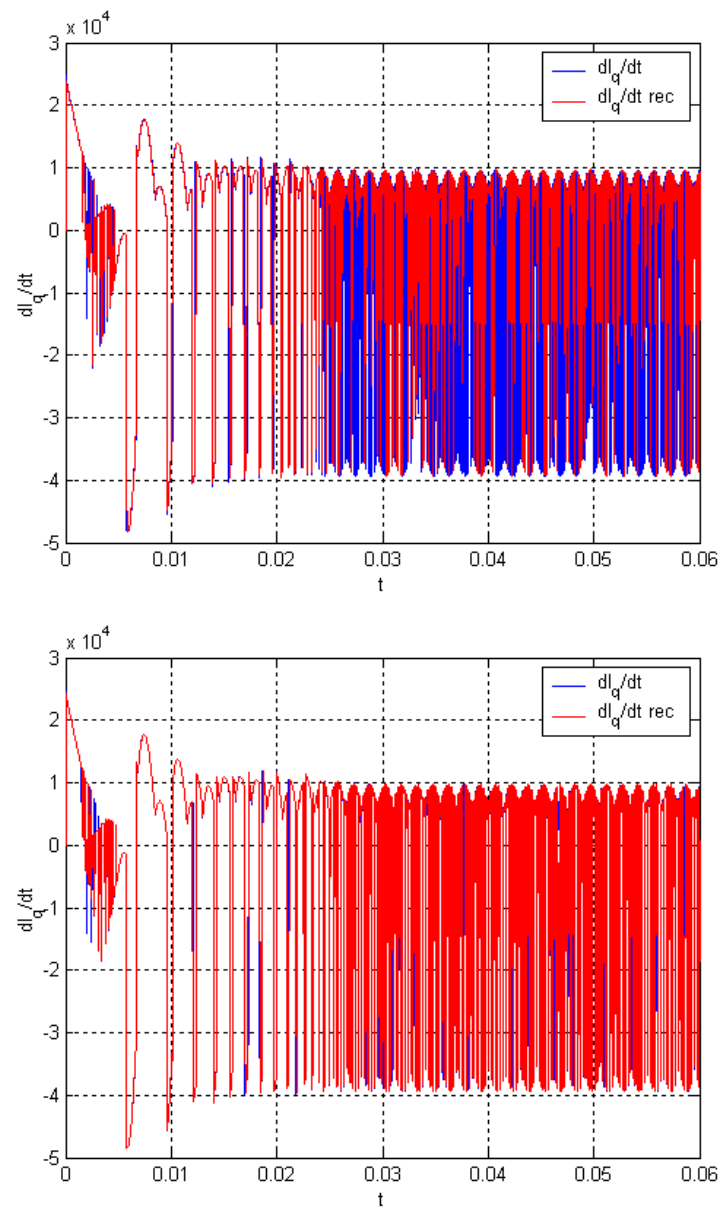


Figura 3.25: Risoluzione  $m = 10, m = 12$

**Tensione  $V_q(t)$**

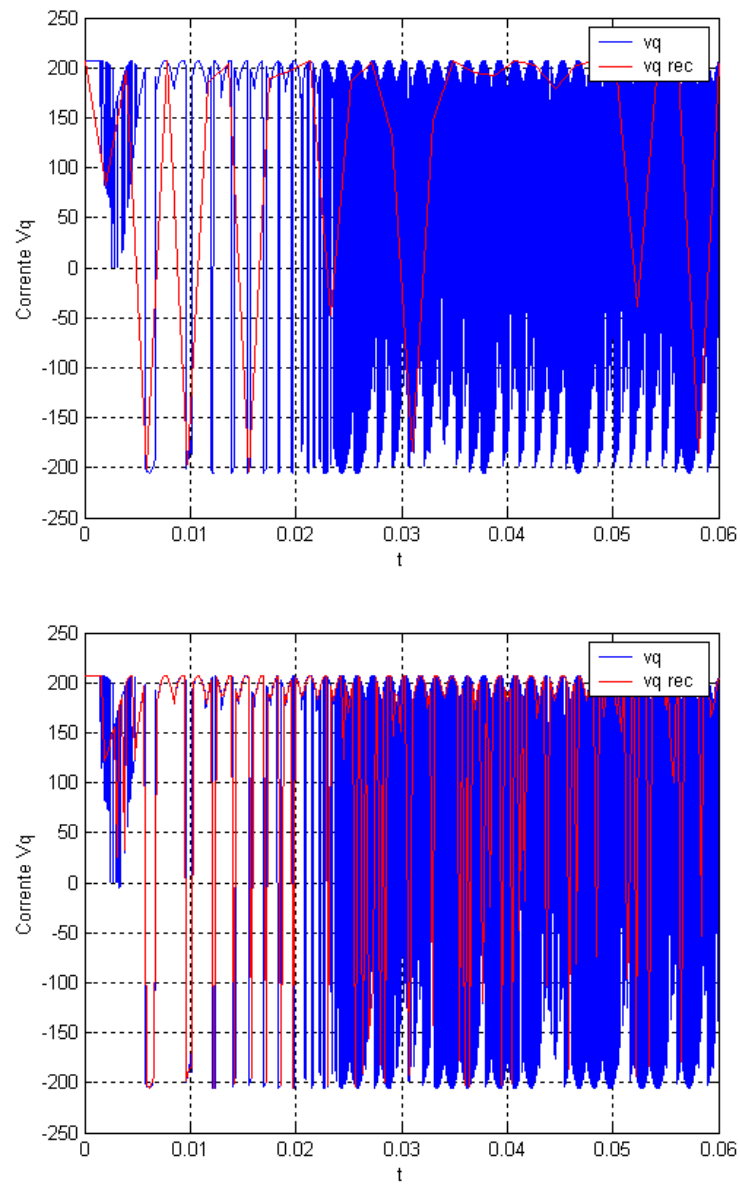


Figura 3.26: Risoluzione  $m = 5, m = 8$

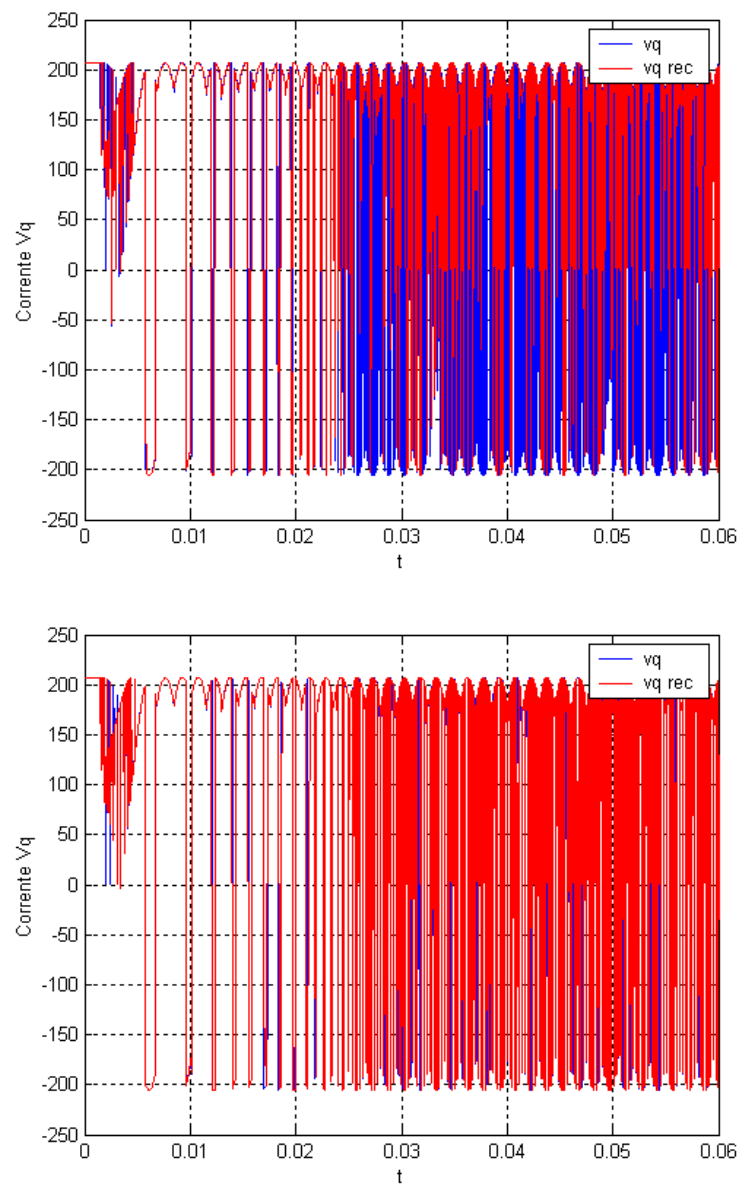


Figura 3.27: Risoluzione  $m = 10, m = 12$



### 3.5.3 Parametri stimati

Di seguito vengono riportati i valori stimati dei parametri, in tutti i casi di analisi, e l'errore in percentuale rispetto al valore reale; tale errore viene omesso se supera il 100% o se il parametro stimato è negativo.

I valori dei parametri stimati in modo standard e p.u. coincidono in tutti i casi presi in analisi.

#### Parametri elettrici

	$L_q$ (0.0085 H)	$R$ (2.875 $\Omega$ )	$L_d$ (0.0085 H)	$\lambda$ (0.175 Wb)
m=5	9.0244627e-003 (6.170%)	2.9835988 (3.777%)	1.2836909e-002 (51.022%)	1.7848023e-001 (1.988%)
m=6	8.7853295e-003 (3.356%)	2.7009602 (6.053%)	9.5256290e-003 (12.066%)	1.7553417e-001 (0.305%)
m=7	8.5874551e-003 (1.028%)	2.7628447 (3.901%)	9.4896357e-003 (11.642%)	1.7628066e-001 (0.731%)
m=8	8.5464259e-003 (0.546%)	2.8540610 (0.728%)	9.0733940e-003 (6.745%)	1.7512888e-001 (0.073%)
m=9	8.5141119e-003 (0.166%)	2.8613874 (0.473%)	8.7236327e-003 (2.630%)	1.7504562e-001 (0.026%)
m=10	8.5025225e-003 (0.029%)	2.8684558 (0.227%)	8.5891676e-003 (1.049%)	1.7498728e-001 (0.007%)
m=11	8.4977974e-003 (0.025%)	2.8693748 (0.195%)	8.5344665e-003 (0.405%)	1.7503195e-001 (0.018%)
m=12	8.4971826e-003 (0.033%)	2.8733812 (0.056%)	8.5128056e-003 (0.150%)	1.7502239e-001 (0.012%)

**Parametri elettrici con equazioni integrate**

	$L_q$ (0.0085 H)	$R$ (2.875 $\Omega$ )	$L_d$ (0.0085 H)	$\lambda$ (0.175 Wb)
m=5	1.8307994e-001 (-%)	-6.7459849 (-%)	-8.0246499e-002 (-%)	1.8398254e-001 (5.132%)
m=6	8.9553604e-002 (-%)	1.6725010 (41.826%)	-6.2215350e-002 (-%)	1.9493905e-001 (11.393%)
m=7	2.2551362e-002 (-%)	4.1665315 (44.922%)	-1.0704237e-002 (-%)	1.3497467e-001 (22.871%)
m=8	4.4787089e-002 (-%)	2.5820384 (10.189%)	-5.4980582e-002 (-%)	1.6631047e-001 (4.965%)
m=9	1.2132066e-002 (4.273%)	3.1748064 (10.428%)	8.9498843e-003 (5.292%)	1.6934026e-001 (3.234%)
m=10	9.9737578e-003 (1.733%)	2.7044942 (5.930%)	8.8169333e-003 (3.728%)	1.7876689e-001 (2.152%)
m=11	8.6676552e-003 (1.972%)	2.9761541 (3.518%)	7.9702933e-003 (6.231%)	1.7408971e-001 (0.520%)
m=12	8.6877777e-003 (2.209%)	2.8156767 (2.063%)	9.3901299e-003 (10.472%)	1.7516641e-001 (0.095%)

**Parametri meccanici**

	$J$ ( $0.0008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ )	$A$ ( $1.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ )	$B$ ( $0 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rad}}$ )	$C$ ( $0 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{rad}^2}$ )
m=5	7.8783687e-004 (1.520%)	2.3227420e-001 (84.515%)	3.8390167e-002 (-%)	-1.7721018e-004 (-%)
m=6	8.1683724e-004 (2.104%)	6.4884494e-001 (56.743%)	4.6155869e-003 (-%)	2.0173381e-006 (-%)
m=7	8.0496313e-004 (0.620%)	1.4419817 (3.867%)	4.0602652e-003 (-%)	-2.2150318e-005 (-%)
m=8	7.8747417e-004 (1.565%)	1.6920162 (12.801%)	1.2906648e-002 (-%)	-7.9303596e-005 (-%)
m=9	7.9246087e-004 (0.942%)	1.6921804 (12.812%)	6.1547805e-003 (-%)	-4.0801557e-005 (-%)
m=10	7.9534199e-004 (0.582%)	1.6937636 (12.917%)	2.0686896e-003 (-%)	-1.7600170e-005 (-%)
m=11	7.9804552e-004 (0.244%)	1.6006089 (6.707%)	6.7506552e-004 (-%)	-6.8814926e-006 (-%)
m=12	7.9845549e-004 (0.193%)	1.5374050 (2.493%)	1.2122525e-003 (-%)	-8.0944058e-006 (-%)

**Parametri meccanici con equazioni integrate**

	$J$ ( $0.0008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ )	$A$ ( $1.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ )	$B$ ( $0 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rad}}$ )	$C$ ( $0 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{rad}^2}$ )
m=5	6.5995463e-005 (91.750%)	-5.6054929 (-%)	1.1255977 (-%)	-6.1875714e-003 (-%)
m=6	5.6843603e-004 (28.945%)	7.8126335 (-%)	6.2892051e-002 (-%)	-5.6846958e-004 (-%)
m=7	6.7630173e-004 (15.462%)	5.9391755 (-%)	1.8871485e-003 (-%)	-1.5742489e-004 (-%)
m=8	6.9697454e-004 (12.878%)	3.6834038 (-%)	4.6327996e-002 (-%)	-3.3635659e-004 (-%)
m=9	7.4562925e-004 (6.796%)	2.5879639 (72.530%)	2.4425806e-002 (-%)	-1.7464467e-004 (-%)
m=10	7.7467644e-004 (3.165%)	2.0420670 (36.137%)	9.7540085e-003 (-%)	-7.2941214e-005 (-%)
m=11	7.8645725e-004 (1.692%)	1.7736478 (18.243%)	5.8145831e-003 (-%)	-4.1958924e-005 (-%)
m=12	7.9399373e-004 (0.750%)	1.6282887 (8.552%)	2.2538375e-003 (-%)	-1.6955769e-005 (-%)

**Parametri elettrici in presenza di rumore bianco**

	$L_q$ (0.0085 H)	$R$ (2.875 $\Omega$ )	$L_d$ (0.0085 H)	$\lambda$ (0.175 Wb)
m=5	9.0696298e-003 (6.701%)	3.0609517 (6.467%)	1.3226138e-002 (55.601%)	1.6231840e-001 (7.246%)
m=6	8.8226665e-003 (3.796%)	2.6946421 (6.273%)	9.6406500e-003 (13.419%)	1.6462752e-001 (5.927%)
m=7	8.5831924e-003 (0.978%)	2.7455490 (4.502%)	9.4574337e-003 (11.263%)	1.6596583e-001 (5.162%)
m=8	8.5441762e-003 (0.519%)	2.8262955 (1.694%)	8.9257086e-003 (5.008%)	1.6508804e-001 (5.663%)
m=9	8.5134077e-003 (0.157%)	2.8304868 (1.548%)	8.7071517e-003 (2.437%)	1.6532536e-001 (5.528%)
m=10	8.4993476e-003 (0.007%)	2.8352163 (1.383%)	8.5809710e-003 (0.952%)	1.6534899e-001 (5.514%)
m=11	8.4945932e-003 (0.063%)	2.8350964 (1.387%)	8.5336215e-003 (0.395%)	1.6543004e-001 (5.468%)
m=12	8.4943357e-003 (0.066%)	2.8394012 (1.238%)	8.5027286e-003 (0.032%)	1.6544293e-001 (5.461%)

**Parametri elettrici con equazioni integrate in presenza di rumore bianco**

	$L_q$ (0.0085 H)	$R$ (2.875 $\Omega$ )	$L_d$ (0.0085 H)	$\lambda$ (0.175 Wb)
m=5	7.1101071e-002 (-%)	-6.1927022 (-%)	2.3945952e-002 (-%)	2.0835169e-001 (19.058%)
m=6	1.0291105e-001 (-%)	-2.1449818e-001 (-%)	7.8932192e-003 (7.138%)	2.1323987e-001 (21.851%)
m=7	2.2296720e-002 (-%)	3.9597452 (37.730%)	-1.0734148e-002 (-%)	1.3999134e-001 (20.004%)
m=8	2.3101557e-002 (-%)	2.4129615 (16.070%)	-5.4819947e-004 (-%)	1.7863395e-001 (2.076%)
m=9	1.3161667e-002 (54.843%)	2.7745578 (3.493%)	1.6523181e-002 (94.390%)	1.5918932e-001 (9.034%)
m=10	9.8069633e-003 (15.376%)	2.6042772 (9.416%)	8.7356656e-003 (2.772%)	1.6936995e-001 (3.217%)
m=11	8.4893411e-003 (0.125%)	2.9387503 (2.217%)	4.8656722e-003 (42.756%)	1.6608150e-001 (5.096%)
m=12	8.5355317e-003 (0.418%)	2.7216156 (5.335%)	9.3249292e-003 (9.705%)	1.6516755e-001 (5.618%)

**Parametri meccanici in presenza di rumore bianco**

	$J$ ( $0.0008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ )	$A$ ( $1.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ )	$B$ ( $0 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rad}}$ )	$C$ ( $0 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{rad}^2}$ )
m=5	7.8780367e-004 (1.524%)	2.0270037e-001 (86.486%)	3.8623549e-002 (-%)	-1.7681135e-004 (-%)
m=6	8.1674983e-004 (2.093%)	6.4298144e-001 (57.134%)	4.8641266e-003 (-%)	3.7548821e-007 (-%)
m=7	8.0496313e-004 (0.620%)	1.4387308 (4.084%)	4.0955816e-003 (-%)	-2.2150318e-005 (-%)
m=8	7.9106285e-004 (1.117%)	1.6691243 (11.274%)	9.0655658e-003 (-%)	-5.6478819e-005 (-%)
m=9	7.9256377e-004 (0.929%)	1.6889723 (12.598%)	5.9930020e-003 (-%)	-3.9462326e-005 (-%)
m=10	7.9534199e-004 (0.582%)	1.6921032 (12.806%)	2.0967513e-003 (-%)	-1.7600170e-005 (-%)
m=11	7.9827959e-004 (0.215%)	1.5969169 (6.461%)	5.3682711e-004 (-%)	-5.9156467e-006 (-%)
m=12	7.9845549e-004 (0.193%)	1.5364334 (2.428%)	1.2251583e-003 (-%)	-8.0944058e-006 (-%)

**Parametri meccanici con equazioni integrate in presenza di rumore bianco**

	$J$ ( $0.0008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ )	$A$ ( $1.5 \text{ N} \cdot \text{m}$ )	$B$ ( $0 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rad}}$ )	$C$ ( $0 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{rad}^2}$ )
m=5	5.5486594e-005 (93.064%)	-6.5889754 (-%)	1.1494121 (-%)	-6.2655828e-003 (-%)
m=6	5.6021129e-004 (29.973%)	7.5453155 (-%)	7.6130001e-002 (-%)	-6.3282173e-004 (-%)
m=7	6.7603304e-004 (15.495%)	5.6323712 (-%)	7.3631038e-003 (-%)	-1.7729083e-004 (-%)
m=8	7.0452636e-004 (11.934%)	3.2904274 (-%)	4.4098870e-002 (-%)	-3.0889638e-004 (-%)
m=9	7.5429044e-004 (5.713%)	2.1436205 (42.908%)	2.2312796e-002 (-%)	-1.4714394e-004 (-%)
m=10	7.7729562e-004 (2.838%)	1.5836469 (5.576%)	1.4945166e-002 (-%)	-8.7240224e-005 (-%)
m=11	7.8936714e-004 (1.329%)	1.3019826 (13.201%)	1.0984333e-002 (-%)	-5.5896848e-005 (-%)
m=12	7.9704560e-004 (0.369%)	1.1510832 (23.261%)	7.3763042e-003 (-%)	-3.0568127e-005 (-%)



### 3.6 Stima dell'errore

Per valutare in modo pratico la bontà dei parametri calcolati, viene eseguita una simulazione sullo stesso modello di motore ma con i parametri stimati; le uscite di questo blocco vengono confrontate con quelle del sistema originario.

Per evitare inconsistenze nel modello, qualora i parametri stimati fossero minori dell'1% di quelli reali, sono stati imposti pari a tale valore.

In tutti gli esempi di seguito riportati la rilevazione dei parametri è stata eseguita in presenza di rumore bianco.

Viene successivamente calcolato l'errore tra la funzione  $\omega_r$  stimata e quella reale, secondo la formula:

$$errore = \frac{\sqrt{\sum (f_{reale} - f_{stimata})^2}}{N_{campioni}}$$

Le immagini che seguono si riferiscono al calcolo eseguito sia con l'operatore differenziale che integrale.

#### 3.6.1 Analisi su transitorio di 0.06 secondi con rumore bianco

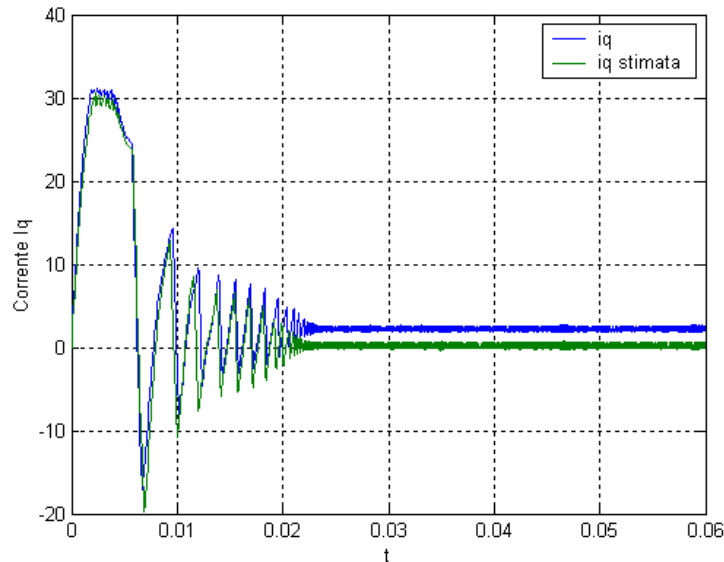


Figura 3.28: Confronto tra  $i_q$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=5$

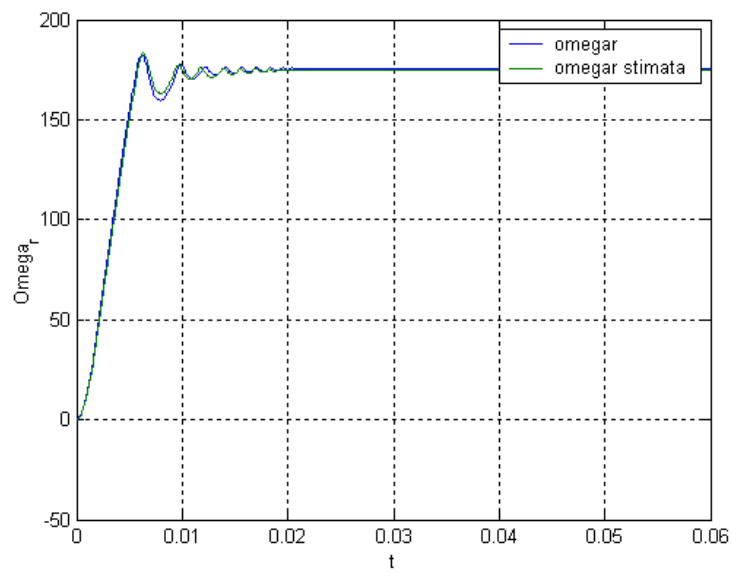


Figura 3.29: Confronto tra  $\omega_r$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=5$

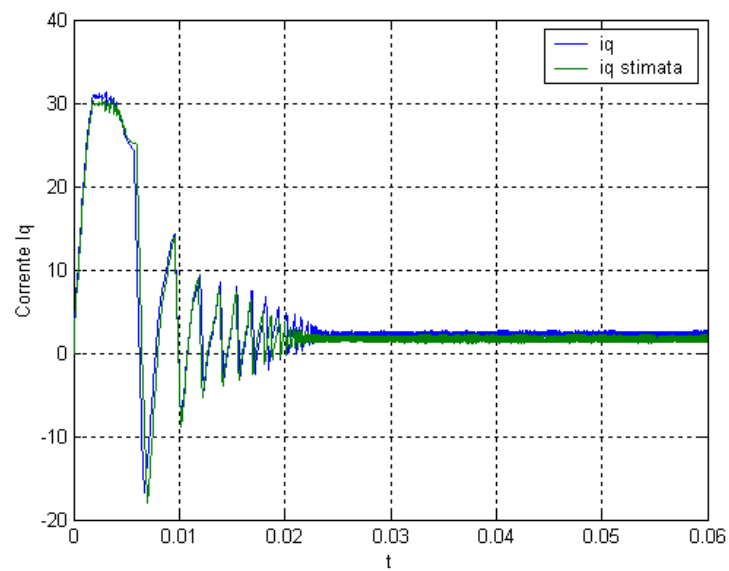


Figura 3.30: Confronto tra  $i_q$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

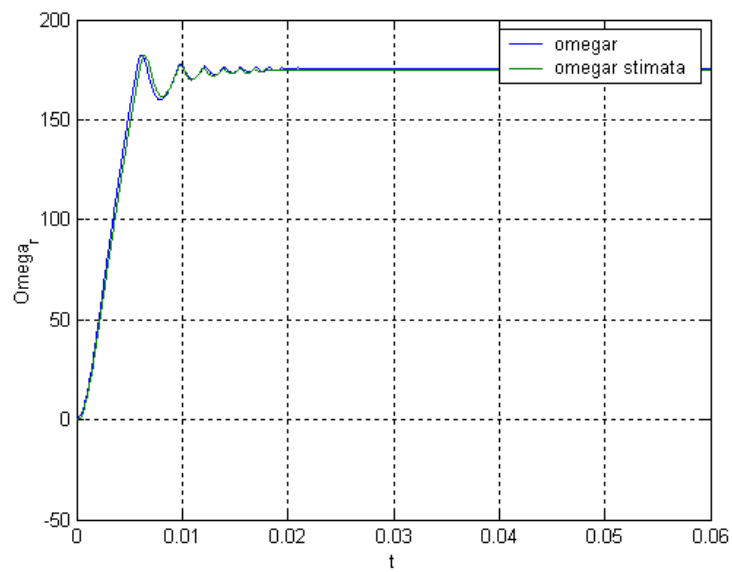


Figura 3.31: Confronto tra  $\omega_r$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

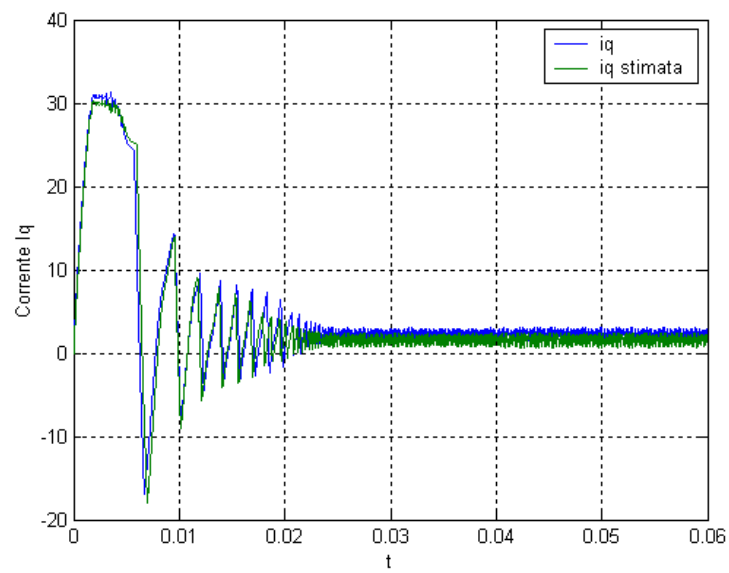


Figura 3.32: Confronto tra  $i_q$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=12$

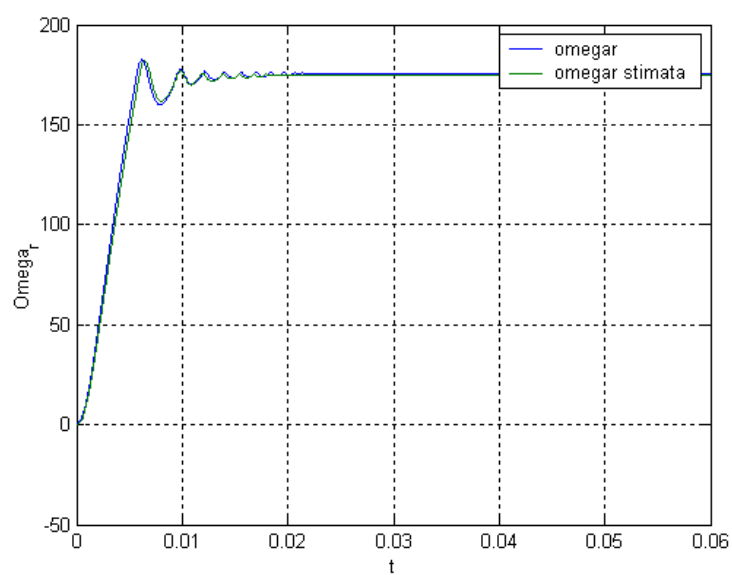


Figura 3.33: Confronto tra  $\omega_r$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=12$

	Errore su $\omega_r$
m=5	3.456
m=6	2.217
m=7	1.130
m=8	0.565
m=9	0.303
m=10	0.166
m=11	0.096
m=12	0.058

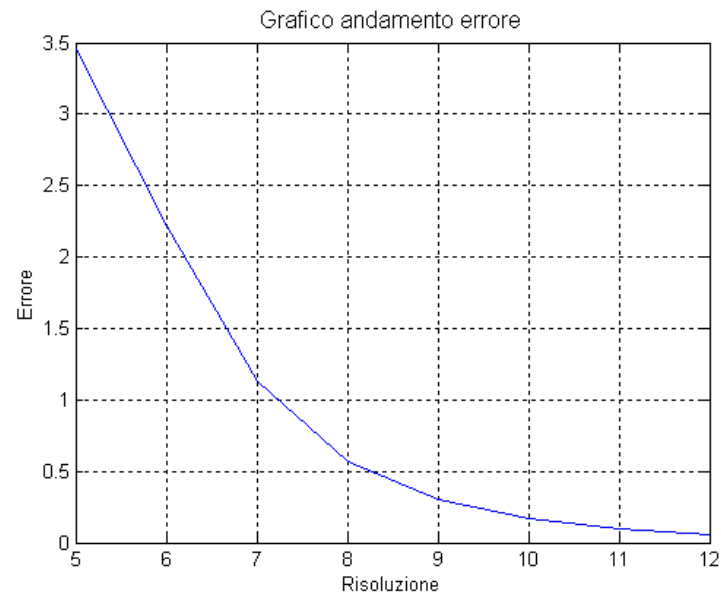


Figura 3.34: Andamento dell'errore della ricostruzione di  $i_a$

### 3.6.2 Analisi su transitorio di 0.06 secondi con rumore bianco con equazioni integrate

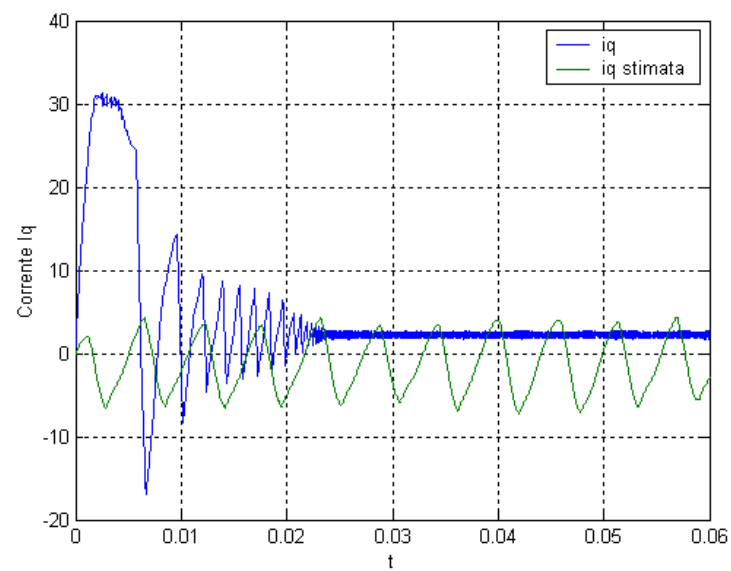


Figura 3.35: Confronto tra  $i_q$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=5$

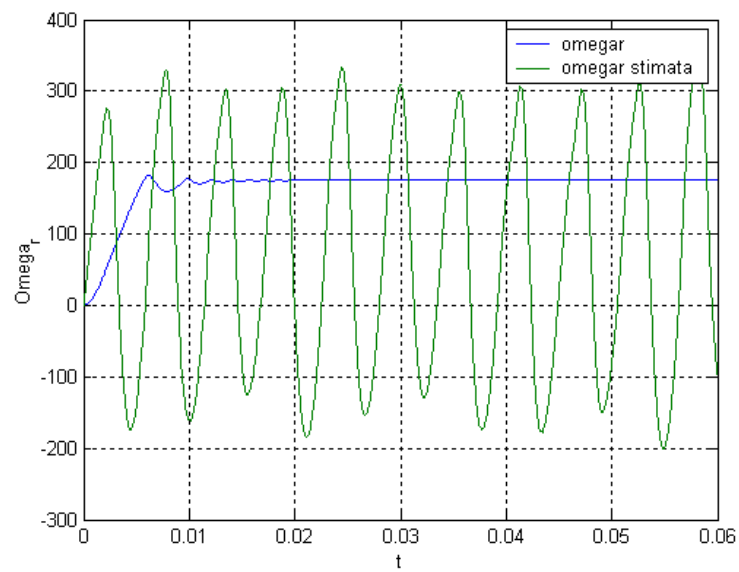


Figura 3.36: Confronto tra  $\omega_r$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=5$

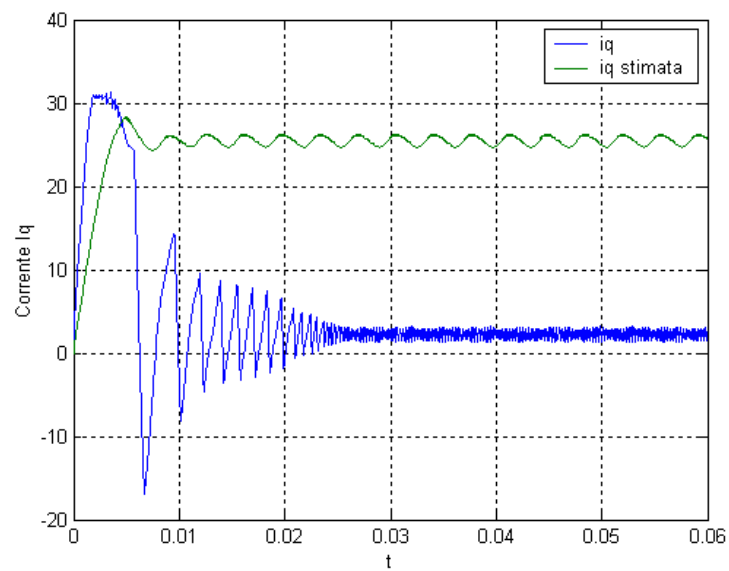


Figura 3.37: Confronto tra  $i_q$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

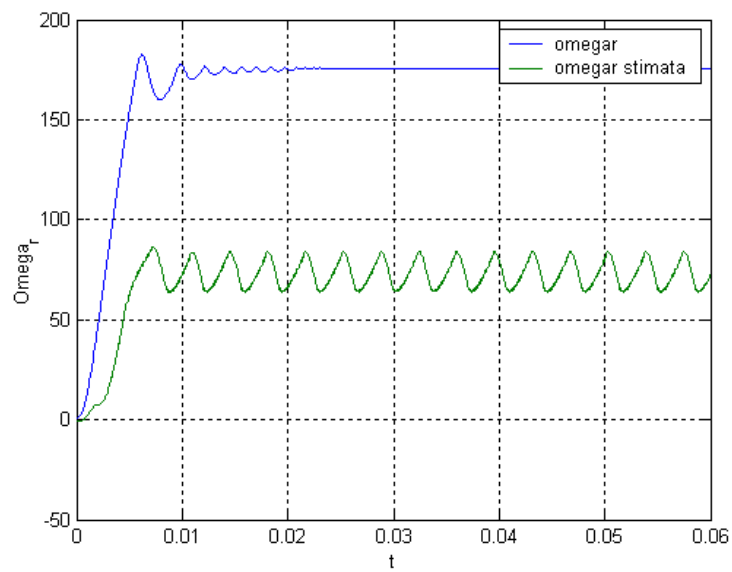


Figura 3.38: Confronto tra  $\omega_r$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

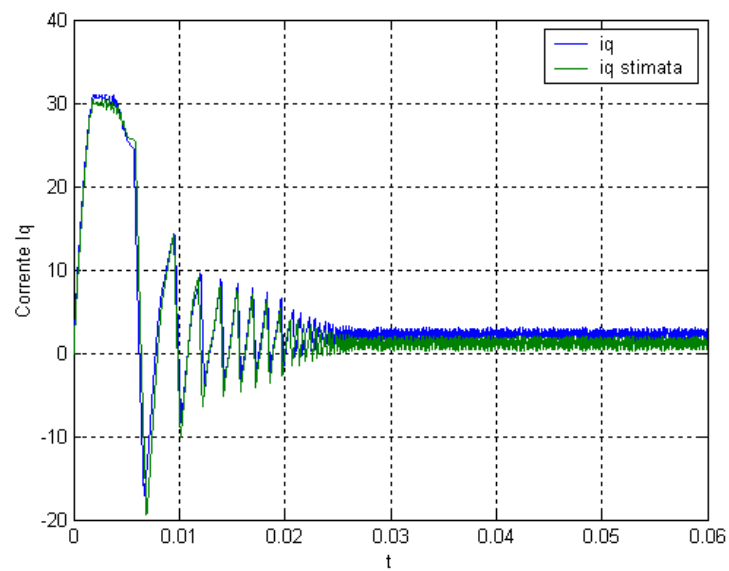


Figura 3.39: Confronto tra  $i_q$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=12$

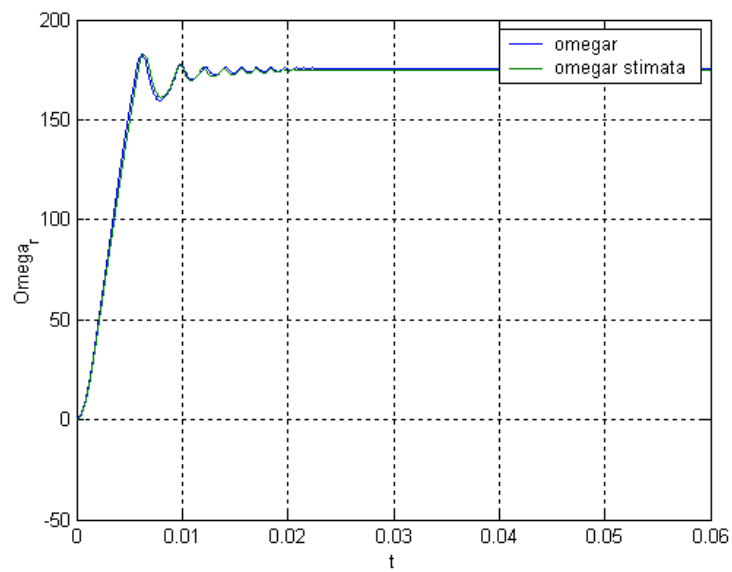


Figura 3.40: Confronto tra  $\omega_r$  e la sua versione stimata con risoluzione  $m=8$

	Errore su $\omega_r$
m=5	494.459
m=6	202.021
m=7	152.414
m=8	59.033
m=9	0.896
m=10	0.183
m=11	0.082
m=12	0.046



### CAPITOLO 3. STIMA DEI PARAMETRI DI UN MOTORE BRUSHLESS128

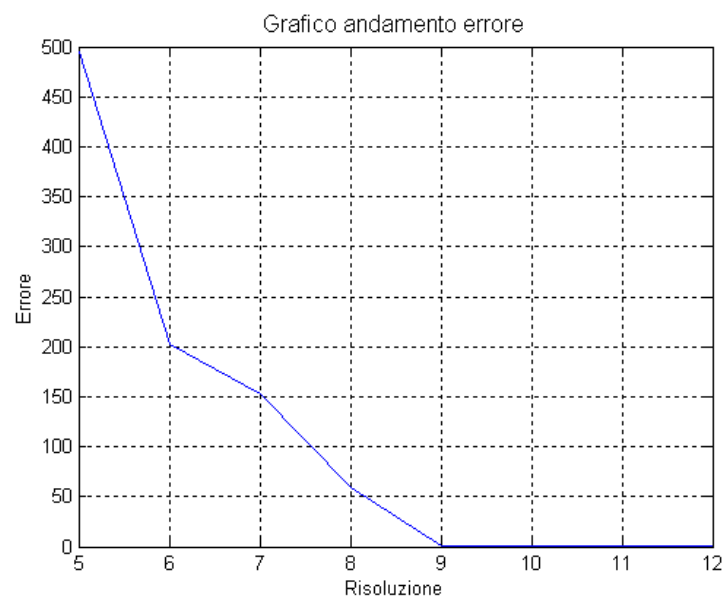


Figura 3.41: Andamento dell'errore

## Capitolo 4

### Conclusioni

Le diverse condizioni in cui l'analisi è stata sviluppata permettono di dare una valutazione sia sui singoli risultati che sullo strumento utilizzato.

Soprattutto a coloro che hanno già condotto questo tipo di analisi con metodi più classici (tra i quali spicca la trasformata di Fourier) salterà all'occhio il fatto che le funzioni, anche se contengono discontinuità o variazioni brusche, non vengono approssimate tagliando o smorzando queste parti, già a partire da risoluzioni basse. Questo è dovuto all'approccio completamente diverso usato dalla trasformata wavelet, che permette di rappresentare grandezze ad alto contenuto frequenziale anche a risoluzioni basse.

Lo studio condotto sul motore a corrente continua mette in evidenza come i parametri siano ben approssimati e presentino errori bassi, fatta eccezione per l'induttanza  $L_a$ : si può supporre però che l'errore nella stima di tale valore sia dovuto alla notevole differenza (circa 2 ordini di grandezza) rispetto agli altri, che può portare a cattivi condizionamenti numerici.

Se da una parte si può apprezzare una certa robustezza rispetto alle misure rilevate con rumore bianco, si deve notare anche come l'errore cresca se l'intervallo preso in considerazione sia continuo e come diminuisca invece in presenza di rapide variazioni.

L'errore quadratico medio sulle funzioni ricostruite segue naturalmente lo stesso percorso definito dall'errore sui singoli parametri; è da sottolineare come tale errore tendenzialmente scenda al crescere della risoluzione, ma con alcune eccezioni.

Il motore brushless presenta grandezze che variano molto bruscamente durante i transitori, e questo sembra essere un terreno ideale per la trasformata wavelet: i parametri elettrici vengono stimati con errori estremamente ridotti, mantenendo buone prestazioni anche in presenza di rumore bianco. Ancora una volta va sottolineato come il parametro che più si discosta da tale andamento sia  $A$ , che essendo un parametro meccanico, emerge soprattutto a regime, dove le grandezze non presentano grandi variazioni.

L'errore quadratico medio delle grandezze ricostruite raggiunge valori molto contenuti e, nel caso di equazioni con l'operatore differenziale, questo avviene già a risoluzioni medie ( $m = 8, 9$ ). Visto che per tali valori i tempi di calcolo sono molto ridotti, se ne può supporre anche un'applicazione on-line.

# Bibliografia

Barmada S.: *Wavelet Expansion Methods for the Numerical Analysis of Transmission Lines*, Pisa, 2000.

Barmada S., Raugi M.: *A general tool for circuit analysis based on wavelet transform*, International Journal of Circuit Theory and Applications, Vol. 28, n° 5, 2000, pp. 461 - 480.

Landi A.: *Lezioni di Motion Control*, Edizioni ETS, Pisa, 1996.

T. K. Sarkar, C. Su, R. Adve, M. Salazar-Palma, L. Garcia-Castillo, Rafael R. Boix: *A Tutorial on Wavelets from an Electrical Engineering Perspective, Part 1: Discrete Wavelet Techniques*, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 40, n° 5, 1998.

J. Jesus Rico Melgoza, G. T. Heydt, A. Keyhani, B. L. Agrawal, D. Selin: *An Algebraic Approach for Identifying Operating Point Dependent Parameters of Synchronous Machines Using Orthogonal Series Expansions*, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 16, n° 1, 2001.

J. Rico, G. T. Heydt: *Parameter Estimation Using an Orthogonal Series Expansion*, Taylor & Francis, 2000.